

Caderno da Cidade

Saberes e Aprendizagens

LIVRO DO(A) PROFESSOR(A)

MATEMÁTICA

Volume Único

**9º
ANO**

ENSINO FUNDAMENTAL



CURRÍCULO
da CIDADE

SECRETARIA MUNICIPAL DE
EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO



**PREFEITURA DE
SÃO PAULO
EDUCAÇÃO**

Prefeitura da Cidade de São Paulo

Bruno Covas

Prefeito

Secretaria Municipal de Educação

Alexandre Schneider

Secretário Municipal de Educação

Daniel Funcia de Bonis

Secretário Adjunto

Fatima Elisabete Pereira Thimoteo

Chefe de Gabinete

Secretaria Municipal de Educação de São Paulo

Caderno da Cidade

Saberes e Aprendizagens

MATEMÁTICA

9º

ANO

ENSINO FUNDAMENTAL

LIVRO DO(A) PROFESSOR(A)

Volume Único

São Paulo | 2019

COORDENADORIA PEDAGÓGICA - COPED

Minéa Paschoaleto Fratelli - Coordenadora

ASSESSORIA TÉCNICA - COPED

Fernanda Regina de Araujo Pedroso

Tânia Nardi de Pádua

DIVISÃO DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO – DIEFEM

Carla da Silva Francisco - Diretora

EQUIPE TÉCNICA – DIEFEM

Cíntia Anselmo dos Santos

Daniela Harumi Hikawa

Felipe de Souza Costa

Heloísa Maria de Moraes Giannichi

Hugo Luís de Menezes Montenegro

Humberto Luis de Jesus

Karla de Oliveira Queiroz

Kátia Gisele Turollo do Nascimento

Lis Régia Pontedeiro Oliveira

Paula Giampietri Franco

Rosângela Ferreira de Souza Queiroz

COORDENAÇÃO GERAL

Carla da Silva Francisco

Minéa Paschoaleto Fratelli

EQUIPE TÉCNICA SME - MATEMÁTICA

Humberto Luis de Jesus

Lenir Morgado da Silva

Maria Joseane de Souza Alves - Estagiária

ASSESSORIA

Edda Curi

Suzete de Souza Borelli

EQUIPE DE AUTORIA – CICLO AUTORAL

Alexandra Garrote Angiolin Luz

Cintia Aparecida Bento Santo

Cláudia Alves de Castro

Edda Curi

Luciane Santos Rosenbaum

Márcio Eugen

Priscila Bernardo Martins

Suzete de Souza Borelli

REVISÃO DE CONTEÚDO

Cristiane Akemi Ishihara

GRUPO DE APOIO À REVISÃO – LEITURA CRÍTICA

Aline Prates Freitas Luz, Andreia Ferreira de Sousa, Andreza
Fevereiro Mott, Bruna Acioli Silva Machado, Danilo Bernardini
Silva, Elisabete Pereira de Mattos, Estela Vanessa de Mene-
zes, Grace Zaggia Utimura, Jucilene Alves Gomes da Silva,
Karl Willian Sousa Santos, Luan Merida de Medeiros, Marisa
Aparecida Visu Teixeira, Martha Lucia Braga, Monalisa Gomes
de Sousa, Murilo Gabriel de Oliveira, Paola Mazzaro, Priscila
Quirino Xavier Escaler, Raissa de Castro Moda Ferrer, Renilson
Adriano da Silva, Ricardo de Souza, Roberta Rinaldi, Sonia
Adriana Campos Maurício, Susan Quiles Quisbert, Wilharte
Antonio Silva

PROJETO EDITORIAL

CENTRO DE MULTIMEIOS

Magaly Ivanov - Coordenadora

NÚCLEO DE CRIAÇÃO E ARTE - Projeto, Editoração e Ilustração

Ana Rita da Costa

Angélica Dadario

Cassiana Paula Cominato

Fernanda Gomes Pacelli

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação.
Coordenadoria Pedagógica.

Caderno da cidade : saberes e aprendizagens :
Matemática – livro do(a) professor(a) – 9º ano. – São
Paulo : SME / COPED, 2019.

264p. : il.

1. Ensino Fundamental 2. Aprendizagem 3. Matemática
I. Título

CDD 372

Código da Memória Documental: SME33/2019



Qualquer parte desta publicação poderá ser compartilhada (cópia e redistribuição do material em qualquer suporte ou formato) e adaptada (remix, transformação e criação a partir do material para fins não comerciais), desde que seja atribuído crédito apropriadamente, indicando quais mudanças foram feitas na obra. Direitos de imagem, de privacidade ou direitos morais podem limitar o uso do material, pois necessitam de autorizações para o uso pretendido.

A Secretaria Municipal de Educação de São Paulo recorre a diversos meios para localizar os detentores de direitos autorais a fim de solicitar autorização para publicação de conteúdo intelectual de terceiros, de forma a cumprir a legislação vigente. Caso tenha ocorrido equívoco ou inadequação na atribuição de autoria de alguma obra citada neste documento, a SME se compromete a publicar as devidas alterações tão logo seja possível.

Disponível também em: <<http://portalsme.prefeitura.sp.gov.br>>

Consulte o acervo fotográfico disponível no Memorial da Educação Municipal da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Memorial-da-Educacao-Municipal

Tel.: 11 5080-7301 e-mail: smecopedmemorialeducacao@sme.prefeitura.sp.gov.br

LEGENDA



Calcule



Informática Educativa



Ouçá o Professor



Para Saber Mais



Recitação Numérica



Roda de Conversa



Objetivos de
Desenvolvimento
Sustentável



Tome Nota

Página com respostas
do livro dos estudantes
Caderno da Cidade:
Saberes e Aprendizagens
- Matemática.

Verifique
legenda de
ícones.

Orientações para
o professor fazer
encaminhamentos
em cada atividade.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Museus de Arte Moderna e Simetria

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

Museu de Arte Moderna e Simetria

Nesta sequência, você vai explorar figuras no plano, verificando a presença da simetria axial, da rotação e da translação.

ATIVIDADE 1

Após a compra da roda para a bicicleta de Luiz, os amigos foram ao Parque Ibirapuera. Márcio e Luiz estavam encantados com o tamanho do parque e a quantidade de coisas que eles poderiam visitar: Museu, Oca, Planetário, Auditório, Jardim das Esculturas, Pavilhão Japonês e a Marquise do Ibirapuera.

Como não tinham muito tempo, optaram em conhecer o Museu de Arte Moderna (MAM) e fazer um minicurso que estava acontecendo lá.

O minicurso explorava os três tipos básicos de transformações geométricas no plano: reflexão (simetria axial), translação e rotação.

1 Eles realizaram uma atividade. Participe também. Pegue uma folha sulfite ou do seu caderno, e lápis de cor. Siga as instruções:

- Dobre a folha sulfite ao meio no sentido da largura e marque bem o vinco.
- Com a folha dobrada, faça um desenho em uma metade da folha apertando o lápis para que a marca apareça na outra metade.
- Abra a folha e contorne seguindo as marcas que apareceram nas duas metades. Pinte os 2 desenhos e trace com lápis a linha da dobra que você fez inicialmente, para que ela fique visível.

O que você observa em relação às duas imagens obtidas? Qual é a sua conclusão a respeito da linha da dobra que divide a folha?

Os estudantes devem afirmar que obtiveram uma imagem igual a que tinham desenhado inicialmente, porém na outra metade da folha.

Atividade 1

Converse com eles sobre o Parque Ibirapuera: quem já conhece, quem ainda não, se fica muito distante de onde moram.



Se for possível, organize junto com o Professor Orientador de Informática Educativa, uma visita virtual ao parque. O site oficial é o <https://parqueibirapuera.org>. Acesso em 30.04.2019.

Antes de iniciar a atividade, retome com os estudan-

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Material necessário:

- Providenciar folha de sulfite para esta atividade.



Para saber mais sobre as transformações geométricas, leia o texto: Geometria das transformações, na Orientações Didáticas do Currículo da Cidade, V.2, p. 70 – 86.

Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento de cada atividade.

tes os conceitos relativos às transformações geométricas (reflexão, rotação e translação).

Depois, distribua folha de sulfite para os estudantes. Em seguida peça que sentem com um colega para discutir e resolver a atividade proposta.

Questione-os sobre o que eles observaram em relação às duas imagens obtidas. Espera-se que os estudantes percebam que obtiveram uma transformação geométrica de reflexão, ou seja, simetria axial.

SUMÁRIO

UNIDADE 1

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Uso racional da água	8
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – A loja de bombons	20
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Investigando relações métricas em triângulos retângulos	24
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Reutilização da água da chuva	31

UNIDADE 2

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Desafios numéricos.....	42
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Investigando Números Irracionais.....	49
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – As investigações das gêmeas e de seus pais.....	57
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – A pesquisa de Jaqueline.....	63

UNIDADE 3

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Uma conversa entre amigos.....	80
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Os desafios de Joca e Luís	86
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – A Gráfica do pai de Luís	92
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – As pesquisas estatísticas de Luís e Joca	99

UNIDADE 4

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Os interesses por cálculos	110
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Um matemático do século IX e a utilização de suas descobertas na escola	117
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – As frações algébricas.....	127
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Os arquitetos e os cálculos de áreas e comprimentos.....	134

UNIDADE 5

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Variações de grandezas no cotidiano	146
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Métodos de resolução de sistemas de equações	149
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Conhecendo as nacionalidades da escola	154
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Tempo para estudar	160

UNIDADE 6

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Os melhores preços para equipar a cozinha do restaurante	176
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Momentos de descontração dos primos	180
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Diferentes grandezas presentes no restaurante	188
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – As curiosidades de João Vítor	193

UNIDADE 7

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Desafios com padrões	206
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Conhecendo a roda da bicicleta	209
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Museu de Arte Moderna e Simetria	217
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – A pista do parque e a roda da bike	243

UNIDADE 8

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Dimensões do quarto da Camila	236
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Encaixotando a mudança	241
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – A caminho da nova casa	250
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Decoração do quarto	255

UNIDADE 1

Na Unidade 1 você irá retomar a leitura e a escrita de números racionais escritos, tanto na representação decimal, quanto na fracionária. Para entendermos o conceito de dízima periódica e de fração geratriz vamos retomar alguns conceitos sobre números racionais. Os números racionais são números originados da divisão e podem ser exatos ou não. Nas divisões exatas temos por exemplo: $30 : 6 = 5$ ou $15 : 3 = 5$, em que o resto é zero. Mas podemos ter uma outra situação na qual a divisão de dois números não dê um número exato, nesse caso, temos uma divisão com resto diferente de zero, por exemplo: $6 : 5 = 1,2$ ou $26 : 4 = 6,5$; ou ser um resto que se repete e é infinito como é o caso: $1 : 9 = 0,1111\dots$, $20 : 3 = 6,666\dots$. Estes últimos números, que também são decimais e possuem uma sequência numérica, que se repete infinitamente, são chamados de dízima periódica, que pode ser simples ou composta. As dízimas simples são as que apresentam o período logo depois da vírgula, exemplo: $2,3333\dots$, $6,1111\dots$; as dízimas compostas são aquelas em que o período não se repete logo após a vírgula como é o caso de: $23,123333\dots$ ou $14,147123123123\dots$.

Em seguida o material apresenta a discussão sobre fração geratriz, uma vez que a dízima tem sua origem na fração geratriz. Nesse percurso os estudantes farão cálculos para determinar a dízima periódica a partir da fração geratriz ou vice-versa, conhecendo a fração geratriz encontrarão a dízima periódica.

Na sequência 2 os estudantes irão representar a variação de duas grandezas analisando o comportamento da variação, ou seja, se a grandeza é diretamente, inversamente ou não proporcional. Depois de analisarem a natureza da grandeza, os estudantes irão formular problemas, levando em conta a estrutura do problema: os dados, a operação, a pergunta e a natureza da grandeza.

Na sequência 3, os estudantes irão investigar as relações métricas em um triângulo retângulo, relações essas que são existentes entre os diversos segmentos que compõem um triângulo retângulo qualquer. Para isso, eles desenharam triângulos retângulos, medirão seus lados com régua e ângulos com transferidor e irão verificar que é perceber algumas relações como: o quadrado de um cateto é igual ao produto da hipotenusa pela projeção desse cateto sobre a hipotenusa; o quadrado da altura é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa; até descobrir uma das relações mais famosas da história, o teorema de Pitágoras que diz que “O quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos”.

Na sequência 4 serão apresentados alguns problemas envolvendo volume de prismas e cilindros retos, trazendo um tema muito atual que é a necessidade de não desperdiçar água e investir em dispositivos que permitam captar e armazenar água da chuva. A ideia é fomentar discussões sobre a preservação de um recurso muito importante para a sobrevivência humana - água.

Nessa última sequência de atividades, também serão apresentadas algumas situações em que os estudantes precisam utilizar a notação científica, ou seja, escrever números muito grandes ou muito pequenos utilizando potência de 10. Sua utilização permite reduzir a escrita desses números, muito usados nas ciências da natureza, para facilitar cálculos e estabelecer comparações.

Na parte final de todas as Unidades, há uma atividade chamada “Hora de Retomada” que tem, por finalidade, verificar o que os estudantes aprenderam e quais as dificuldades que ainda permanecem, permitindo assim que você professor possa, a partir desse mapeamento, planejar atividades complementares, ou mesmo dar continuidade à próxima Unidade, com a clareza de quais conhecimentos os estudantes já alcançaram e quais eles ainda precisam de uma retomada.



Para saber mais sobre a história da dízima periódica e da fração geratriz leia o texto “dízimas periódicas – dois olhares: do ensino médio e do superior” de NASCIMENTO, A.C.; WEBER, T. e MERLI, R. F. disponível em: http://www.fap.com.br/forum_2012/forum/pdf/Exatas/Comunicacao_Oral/ResExa-CO07.pdf. Acesso em: 20 jan. 2018.

UNIDADE 1

Na Unidade 1, você terá a oportunidade de ampliar seus conhecimentos matemáticos, discutirá relações entre fração geratriz e dízima periódica e solucionará problemas.

Além disso, você vai analisar a variação de duas grandezas e as características dessa variação, verificando seu comportamento, para solucionar problemas que envolvam medidas de volume de prismas e cilindros retos.

Nesta trajetória, você terá a companhia de Gabriel e Denise, que são muito amigos e têm 14 anos cada um.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

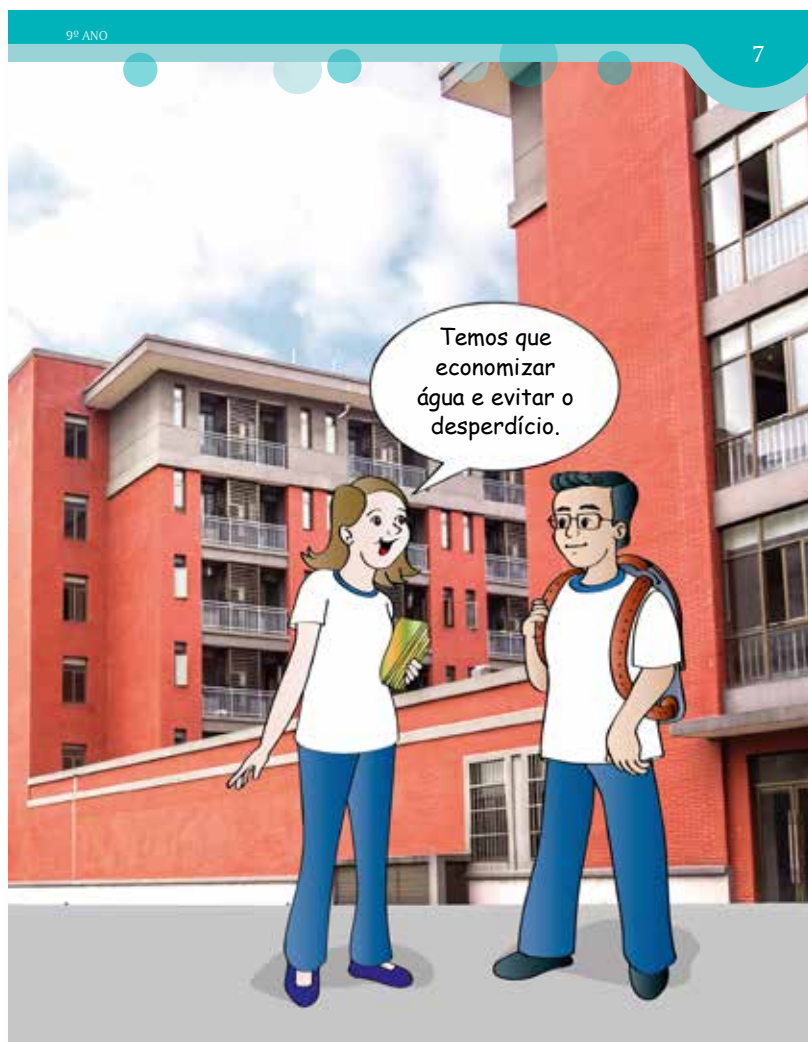
- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.
- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Alguns procedimentos preliminares:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para realizar a atividade, antecipando dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução.



GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M24) Solucionar e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos.
- (EF09M25) Reconhecer e empregar unidades que expressem medidas muito grandes ou muito pequenas, fazendo uso da notação científica.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Uso racional da água

8

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Uso racional da água

Nesta sequência, você vai retomar o estudo dos números racionais, representados na forma decimal e fracionária, e aprenderá a determinar a fração geratriz de uma dízima periódica. Vai, ainda, refletir sobre o uso racional da água.



Ilustração: Ana Rita da Costa

ATIVIDADE 1

Denise e Gabriel estão muito preocupados com o uso indiscriminado da água. Sabem que a água é um bem precioso e que, com a falta dela, muitos problemas vão surgir na sociedade. Preocupam-se com o desperdício e, por causa disso, os dois amigos resolveram colocar alguns cartazes para conscientizar os estudantes na escola.

Você sabia que...

Situação A
1 buraco de apenas 2 mm, em um cano de água, desperdiça, por dia, até 3 mil litros de água?
Situação B
Lavar o rosto com a torneira aberta, durante 1 minuto, consome 2,5 litros de água?
Situação C
Cada pessoa necessita de 3,3 mil litros de água por mês (cerca de 110 litros por dia) para atender as necessidades básicas)?

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

Discuta que o tema dessa sequência é a preocupação com o uso irracional da água. Explore as 3 afirmações sobre o uso da água e discuta a necessidade de economizar água, pois ela é um bem durável.

Explore coletivamente os números do texto e discuta a qual conjunto numérico eles pertencem. Lembrando que o conjunto dos números racionais contém o conjunto dos naturais. Logo o número 3 mil pode ser natural como também racional com denominador 1.

9º ANO

9

- 1 Na escola, aproveitaram os cartazes para identificar os tipos de números que estão grifados. Ajude-os nessa tarefa, indicando o número e o conjunto numérico do qual pertence.

Situação A	Situação B	Situação C
Racional 3 000	Racional 2,5	Racional 3 300

- 2 Gabriel ficou espantado com uma notícia que leu:

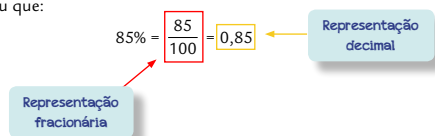
Em uma casa, lavando louça com a torneira meio aberta, em 15 minutos, são utilizados 120 litros de água. Se tirar toda a sujeira da louça, com papel toalha ou uma esponja, o consumo pode chegar a 20 litros. A redução no consumo é de quase 85%.



Ilustração: Ana Rita de Costa

Lendo essa notícia, ele se lembrou de que havia estudado a representação percentual, que nesse caso indica a redução do consumo de água, e é um número que pertence ao **Conjunto dos Números Racionais**. Essa representação é uma forma de escrever um número racional.

Ele recordou que:



- 3 Denise achou uma informação sobre consumo de água, afirmando que 1,7 de cada 10 pessoas está economizando esse recurso natural. Ela queria saber qual era essa porcentagem e fez $\frac{17}{100}$. Você concorda com essa representação? Por que ela colocou o denominador 100?

Sim, 1,7 a cada 10 pessoas equivale a 17 a cada 100 pessoas, o que em representação fracionária corresponde a $\frac{17}{100}$, em representação decimal a 0,17 e em porcentagem, a 17%.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

A segunda parte da atividade 1 pode ser desenvolvida em grupos produtivos. Explore que uma fração de denominador 100 pode ser escrita em forma de porcentagem. Peça que resolvam os itens 2 e 3. Socialize as respostas e discuta que um número racional pode ser representado na forma decimal, na forma fracionária e na forma percentual também.

10

MATEMÁTICA

- 4 Complete a tabela com as representações dos números racionais:

Forma decimal	Forma percentual	Forma fracionária
0,43	43%	$\frac{43}{100}$
5,2	520%	$\frac{52}{10}$
0,09	9%	$\frac{9}{100}$
5,2	25%	$\frac{25}{100}$
1,3	130%	$\frac{130}{100}$

ATIVIDADE 2

Denise e Gabriel realizaram uma pesquisa sobre o uso da água com 50 estudantes do 9º ano de uma escola municipal de São Paulo. A intenção era saber quantas pessoas fazem uso consciente de um dos recursos mais importantes do planeta, a água.



- 1 Observe a frase: “26 dos 50 estudantes deixam a torneira aberta enquanto escovam os dentes”. Qual é a representação decimal equivalente à fração de estudantes que deixam a torneira aberta?

Representação: 0,52.



TOME NOTA

O resultado que você encontrou é um número racional e **decimal exato**, pois possui uma **quantidade finita** de casas decimais.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

Comente que, a partir das informações contidas no enunciado, a fração de crianças que deixam torneira aberta é $26/50$.

Verifique se dividem 26 por 50 para obter a representação decimal dessa fração. Outra opção é observar se os estudantes realizam o cálculo a partir de uma fração equivalente: $26/50 = 52/100$, no qual chega-

ção, também à representação decimal 0,52. Instigue os estudantes a observar esse resultado para saber se é um decimal exato ou não.

Discuta que o resultado da divisão encontrado é um número racional e decimal exato, pois possui uma quantidade finita de casas decimais.

9º ANO

11



RODA DE CONVERSA

Você conhece algum número racional, que é expresso na forma decimal, com uma quantidade infinita de casas decimais? Exemplifique.

- 2 A Organização Mundial da Saúde (OMS) fixou, em 5 minutos, a duração ideal do banho para conseguir um uso sustentável de água e energia. Quanto tempo você leva no seu banho?

Resposta pessoal.

Ainda na pesquisa realizada por Gabriel e Denise, dois estudantes, em cada seis, responderam que demoram cerca de 10 minutos para tomar banho.

- 3 Os dois amigos resolveram verificar outras formas de escrever a relação: **dois estudantes, a cada seis** ou **2, a cada 6**.

a) Fizeram, primeiro, a relação **2 a cada 6** na forma fracionária.

$$\frac{2}{6}$$

b) Depois, fizeram na forma decimal.

0,333...

- c) Ficaram pensando que essa representação decimal 0,333... diferencia-se da representação decimal encontrada na divisão de 26 por 50, ou seja, 0,52. Ajude-os a descrever a situação e justifique.

0,333... é um dízima periódica, sequência infinita de números, já 0,52 é um número decimal finito.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.



Identifique os conhecimentos prévios perguntando se os estudantes conhecem algum número racional, que é expresso na forma decimal, com uma quantidade infinita de casas decimais. Peça exemplos e dê outros para ampliar o repertório.

A atividade 2 pode ser resolvida em grupos. Discuta as diferentes formas de quociente que aparecem nos itens. Comente sobre o resultado encontrado na divisão de 2 por 6 tem uma representação decimal infinita, ou seja, a divisão não acaba e há um al-

garismo que se repete infinitamente na divisão. Diga que esse resultado é um número racional, chamado de dízima periódica, e o algarismo (ou o grupo de algarismos), que se repete, chama-se período.

É importante que os estudantes percebam que o número encontrado é racional, apesar de ser infinito e com um ou mais algarismos que se repetem. A tendência, por causa dos pontos de reticências que aparecem nessa representação, é que o estudante diga que ele é irracional.

12

MATEMÁTICA



TO ME NOTA

Denise comentou, com sua professora, sobre os resultados das divisões encontradas na pesquisa. Ela explicou que o resultado encontrado na divisão de 2 por 6 tem uma representação decimal infinita, ou seja, a divisão não acaba e há um algarismo que se repete infinitamente na divisão. Esse resultado é um número racional, chamado de dízima periódica, e o algarismo (ou o grupo de algarismos) que se repete, chama-se período.

ATIVIDADE 3



CALCULE

Denise comentou, com seu amigo, a explicação da professora sobre a divisão de 2 por 6:


Ilustração: Ana Rita da Costa

Ela explicou que, nesse caso, a divisão não tem fim e o algarismo 3 (período) se repete infinitamente. Mostrou, ainda, que é possível representar esse período de duas formas: 0,333... ou $0,\overline{3}$. Gabriel gostou da explicação e fez várias divisões, com o auxílio de uma calculadora, para encontrar as representações decimais dos números racionais representados na forma fracionária:

a) $\frac{4}{9} = 0,444...$	b) $\frac{5}{9} = 0,555...$	c) $\frac{16}{99} = 0,353535...$	d) $\frac{30}{99} = 0,666666...$
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

Material necessário:

- uma calculadora para cada grupo.

Atividade 3

A atividade pode ser resolvida em grupos. Deixe-os usarem a calculadora para encontrar os quocientes, pois, neste caso, o que importa é a análise dos quocientes em função das divisões efetuadas. Verifique se percebem que quando o denominador é 9, o período é composto apenas por um algarismo e quando o denominador é 99, o período é composto por 2 algarismos.

9º ANO

13

e) $\frac{6}{9} = 0,666...$	f) $\frac{46}{99} = 0,464646...$	g) $\frac{35}{99} = 0,353535...$	h) $\frac{66}{99} = 0,666666...$
-----------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

Depois de achar os resultados das divisões, Gabriel analisou os numeradores das frações e os quocientes, percebeu uma regularidade e fez uma descoberta. O que ele descobriu?

ATIVIDADE 4

Denise era muito curiosa e queria saber como uma dízima periódica podia ser representada na forma fracionária. Tinha visto, em sua pesquisa, que $0,333... = \frac{2}{6}$, ou $0,333... = \frac{1}{3}$, ou $0,333... = \frac{3}{9}$. Mas queria saber como uma dízima periódica qualquer pode ser representada na forma fracionária. Ela sabia que a escrita fracionária de uma dízima periódica é chamada de **Fração geratriz**.



TOME NOTA

Gabriel ficou curioso também e encontrou uma maneira de escrever a fração geratriz da dízima periódica. Veja o que ele encontrou:

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

Atividade 4

Peça para um estudante fazer a leitura do texto. Faça paradas para verificar se os estudantes compreenderam o que venha ser uma fração geratriz. No box **Tome Nota**, há a explicação de como determinar a fração geratriz, tire as dúvidas que surgirem.

14

MATEMÁTICA

Dízima periódica: 0,555...

- Chamou a dízima periódica de x .

$$x = 0,555...$$

- Como o período é formado por um algarismo, multiplicou ambos os membros da igualdade por 10 para obter outro número na forma decimal com o mesmo período.

$$10x = 5,555...$$

- Subtraiu membro a membro

$$\begin{array}{r} 10x = 5,555... \\ - x = 0,555... \\ \hline 9x = 5 \\ x = \frac{5}{9} \end{array}$$

Fração geratriz

Após observar a resolução, Gabriel aceitou a proposta de encontrar a fração geratriz da dízima a seguir. Vamos ajudá-lo?

- Complete os espaços em branco da resolução.

a) Dízima periódica 1,2333...

Chamou 1,2333... de x .

$$\text{Logo } x = \underline{1,2333}$$

Depois, multiplicou os dois membros da equação por 10, obtendo $10x = \underline{12,333...}$, pois a parte que não se repete, é formada por um algarismo, no caso o 2. Em seguida, multiplicou novamente cada um dos membros da primeira equação por 100, obtendo: $100x = 123,333...$ Depois subtraiu membro a membro as 2 últimas equações.

$$\begin{array}{r} 100x = 123,333... \\ - 10x = 12,333... \\ \hline 90x = 111 \\ x = \frac{111}{90} \end{array}$$

Fração geratriz

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

Discuta coletivamente o que é fração geratriz e como é possível achar essa fração, a partir das descobertas de Gabriel.

Depois da discussão, peça que resolvam o item 1. Vá discutindo passo a passo. Depois passe ao item 2. So-

cialize as respostas e passe ao item 3, com a classe dividida em grupos, usando calculadora.

O objetivo é que descrevam quais teclas da calculadora devem apertar para encontrar a dízima.

9º ANO

15

2 Agora faça você. Encontre a fração geratriz das dízimas periódicas:

a) 1,121212...

$$\frac{111}{99}$$

b) 1,333...

$$\frac{12}{9}$$



Calcule

Determine as dízimas de cada número:

a) $\frac{2}{9} = 0,222$

b) $\frac{3}{9} = 0,333$

c) $\frac{49}{99} = 0,494949$

d) $\frac{5}{9} = 0,555$

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M01) Reconhecer e utilizar procedimentos para obtenção de uma fração geratriz de uma dízima periódica.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – A loja de bombons

16

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

A loja de bombons

Nesta sequência, vamos explorar a natureza da variação entre duas grandezas. Vamos lá?

ATIVIDADE 1

- 1 Denise foi à loja de seu avô comprar bombons para presentear sua tia e encontrou a seguinte oferta:

Quantidade de bombons	2	5	10
Preço dos bombons (R\$)	0,96	2,40	4,80

- a) Qual é o preço de cada bombom?

R\$ 0,48

- b) Analisando a tabela de preços, é possível afirmar que a quantidade de bombons é diretamente proporcional ao preço? Justifique.

Sim, à medida que aumenta a quantidade de bombons, cresce o preço proporcionalmente.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Atividade 1

Esta atividade envolve a variação e grandezas diretamente proporcionais. Inicialmente, você pode discutir, coletivamente, o que são grandezas até que eles consigam associar grandezas às medidas, como comprimento, massa, velocidade e distância. Ao compararmos duas grandezas, estabelecemos uma razão entre elas, e, ao relacioná-las, dizemos que essas grandezas são proporcionais, ou seja, à medida que uma grandeza varia, a outra também sofre variação na mesma proporção.

No caso da Atividade 1, estamos tratando de grandezas diretamente proporcionais. Nessa situação, quando uma das grandezas aumenta, a outra também aumentará na mesma proporção. No item 1 temos grandezas diretamente proporcionais, pois a quantidade de bombons e o preço deles aumentam na mesma taxa: se dobrarmos a quantidade de bombons, o preço dobra.

9º ANO

17

ATIVIDADE 2

- 1 Gabriel também resolveu comprar bombons. Ele foi à loja do avô da Denise, mas, ao chegar, a promoção tinha acabado e havia uma nova tabela de preços. Observe:

Quantidade de bombons	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preço dos bombons (R\$)	0,95	1,80	2,55	3,20	3,75	4,20	4,50	4,80	4,90	5,00

Analisando a tabela, que relação existe entre as grandezas (quantidade de bombons e preço) envolvidas? Explique sua resposta.

Resposta esperada: a medida que a quantidade de bombons aumenta, o valor individual de cada bombom diminui. Um bombom a mais, reduz o valor unitário em R\$ 0,05.

ATIVIDADE 3

- 1 O avô de Denise resolveu colocar os bombons em uma embalagem especial. Ele disse para Denise que achava que uma funcionária levaria 10 dias para embalar 1 000 bombons. Ele pensou que se houvesse mais funcionárias, todas trabalhando no mesmo ritmo, levariam menos tempo para embalar os bombons e disse à sua neta: “Se fossem 2 funcionárias, quantos dias seriam necessários para embalar 1 000 bombons? E se tivessem 5? E se tivessem 10?”

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Atividade 2

A atividade 2 é um contra exemplo. Há uma variação de grandezas que aparentemente são diretamente proporcionais, mas, neste caso, não são. Elas variam, mas não há uma razão de proporcionalidade, pois cada grandeza tem sua taxa de variação.

Essas discussões são importantes pois os estudantes muitas vezes acham que as grandezas variam sempre de forma proporcional.

Atividade 3

A atividade 3 envolve grandezas inversamente proporcionais. Neste caso, há uma variação que possibilita um produto constante.

Discuta as diferenças entre os problemas dessa atividade, destacando a variação de grandezas quando Diretamente Proporcional (DP), ou Inversamente Proporcional (IP) ou quando não existe variação proporcional.

18

MATEMÁTICA

Denise ficou pensando e construiu uma tabela com as ideias de seu avô. Ajude-a nessa tarefa.

Quantidade de funcionárias	Número de dias para embalar os bombons
1	10
2	5
5	2
10	1

- 2 Analise os dados da tabela e observe cada linha. O que você pode concluir?

Quando a quantidade de funcionárias aumenta, o número de dias para embalar os bombons, diminui na mesma proporção. São grandezas inversamente proporcionais.



RODA DE CONVERSA

As relações entre as duas grandezas dos problemas resolvidos nas atividades 1, 2 e 3 são iguais entre si, se comportam da mesma maneira? Por quê?

ATIVIDADE 4

Nas três primeiras atividades você analisou alguns tipos de interdependência entre as grandezas envolvidas. Podemos dizer que, quando uma grandeza varia em função de outra, essa variação pode ser diretamente proporcional - **GDP**, inversamente proporcional - **GIP** ou não proporcional - **GNP**.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.



Retome com os estudantes a resolução das três atividades para identificar semelhanças e diferenças. Espera-se que eles consigam identificar a existência de proporcionalidade entre os problemas das atividades 1 e 3, sendo que, na Atividade 1 as grandezas são

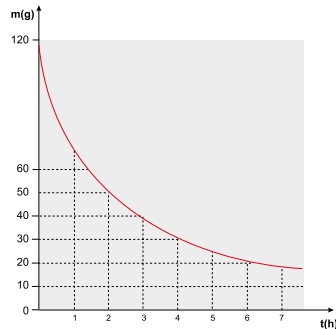
diretamente proporcionais e, na Atividade 3, inversamente proporcionais. Caso os estudantes ainda não consigam identificar que a Atividade 2 não apresenta proporcionalidade entre as grandezas, utilize outros exemplos.

9º ANO

19

1 Agora que você reconhece as GDP, GIP e GNP, ajude Denise a resolver os problemas a seguir:

- a) O professor de ciências propôs um experimento aos estudantes do 9º ano, a fim de analisarem a decomposição de uma substância radioativa. De acordo com o experimento, os estudantes construíram o gráfico a seguir. Observe-o atentamente.



- b) Qual é a massa da substância, exatamente, 2 horas após o início do experimento?

50 gramas

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Atividade 4

A atividade 4 envolve a análise de um gráfico que relaciona 2 grandezas: massa e tempo. No item 1a, solicite aos estudantes que realizem a leitura do gráfico para identificar as relações existentes entre as grandezas.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Investigando relações métricas em triângulos retângulos

20

MATEMÁTICA



RODA DE CONVERSA

Discuta oralmente: sobre a relação entre as grandezas “tempo” e “massa”. Investigue se há proporcionalidade entre elas e, em caso afirmativo, de que tipo.

São grandezas não proporcionais.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

Investigando relações métricas em triângulos retângulos

Nesta sequência, você vai fazer medições de lados e ângulos de triângulos, investigar relações métricas em triângulos retângulos e utilizar o teorema de Pitágoras.

ATIVIDADE 1

- 1 Denise e Gabriel resolveram explorar as medidas de um triângulo retângulo. Utilizando régua e transferidor, Denise e Gabriel mediram os lados e os ângulos dos triângulos ABC, ABH, AHC e preencheram a tabela. Faça isso você também. Utilize as peças da página 247.

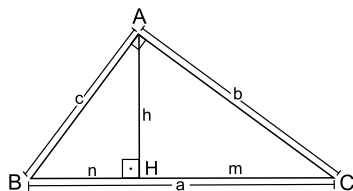


Ilustração: Joana A. Pereira



Coletivamente, faça a discussão do gráfico sobre como as grandezas envolvidas variam. Espera-se que eles percebam a diminuição da massa com o decorrer do tempo, mas que essas duas grandezas não são proporcionais. Provavelmente haverá estudantes apontando que as grandezas são indiretamente proporcionais.

Ao invés de fornecer a resposta correta, proporcione um momento de discussão entre as duas possibilidades para que os próprios estudantes expliquem suas escolhas. Ao final, faça uma síntese explicando que as grandezas não são inversamente proporcionais porque o produto massa x tempo em cada ponto não é constante.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Triângulo ABC	Triângulo ABH	Triângulo AHC
m (a) = 11,5 cm	m (h) = 5,4 cm	m (h) = 5,4 cm
m (b) = 9,2 cm	m (n) = 4,2 cm	m (b) = 9,2 cm
m (c) = 6,8 cm	m (c) = 6,8 cm	m (m) = 7,3 cm
m (BÂC) = 90°	m (BÂH) = 60°	m (HÂC) = 60°
m (ÂBC) = 60°	m (BHA) = 30°	m (HCA) = 30°
m (BÇA) = 30°	m (ÂBH) = 90°	m (CHÂ) = 90°

- 2 Eles perceberam que os 3 triângulos são considerados triângulos retângulos. Você concorda? Justifique.

Sim, pois todos os triângulos possuem um ângulo de 90°.

- 3 Eles haviam aprendido, na escola, quais são os elementos de um triângulo retângulo, então identificaram os catetos e a hipotenusa de cada triângulo da figura. Faça você também, completando com o que falta. Veja o exemplo:

Triângulo ABC	Triângulo ABH	Triângulo AHC
catetos (c, b): $\overline{AB}$, $\overline{AC}$	catetos (n, h): $\overline{BH}$ (n) e $\overline{AH}$ (h)	catetos: $\overline{AH}$ (h) e $\overline{CH}$ (m)
hipotenusa: $\overline{BC}$ (a)	hipotenusa: $\overline{AB}$ (c)	hipotenusa (b): $\overline{AC}$ (b)
projeção dos catetos sobre a hipotenusa: (m, n)		

- 4 Em seguida, utilizaram as medidas das hipotenusas e dos catetos menores dos triângulos ABC, ABH e ACH, preencheram a tabela e calcularam, com auxílio de calculadora, as razões indicadas: *Sugestão de valores caso o estudante meça com a régua.*

c	a	n	b	h	$\frac{a}{c}$	$\frac{c}{n}$	$\frac{b}{h}$
6,8	11,5	4,2	9,2	5,4	1,69	1,62	1,7

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Material necessário:

- um transferidor e uma régua para cada grupo.

Divida a classe em grupos produtivos para que resolvam uma atividade investigativa. Verifique se os estudantes se lembram de quais são as características de um triângulo retângulo. Caso eles não se recordem, explore os elementos de um triângulo retângulo e o fato do maior ângulo desse triângulo ser o ângulo reto e os lados desse triângulo apresentarem uma nomenclatura específica: o maior lado, chamado de hipotenusa é oposto ao ângulo reto e os outros dois lados se chamam catetos.

Distribua a régua e o transferidor e peça a eles que meçam os lados e os ângulos dos triângulos indicados na figura. Solicite que eles utilizem o encarte da página 247.

Ao explorar o item 2, verifique se os estudantes conseguem identificar que os 2 triângulos formados a partir da divisão do triângulo ABC, também são retângulos. Além disso, observe se a justificativa deles envolve a formação de um ângulo de 90 graus.

22

MATEMÁTICA

- 5 Fizeram o mesmo com os triângulos ABC e ACH, preenchendo a tabela e calculando as razões indicadas: *Sugestão de valores caso o estudante meça com a régua.*

c	a	m	b	h	$\frac{a}{b}$	$\frac{b}{m}$	$\frac{c}{h}$
6,8	11,5	7,3	9,2	5,4	1,25	1,26	1,26

- 6 O que você observa em relação às razões dos itens 4 e 5?

As razões nos itens 4 e 5 são iguais.

- 7 A partir das razões encontradas, que relações podem ser observadas?

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} = \frac{b}{h} \quad \text{e} \quad \frac{c}{h} = \frac{b}{m} = \frac{a}{b}$$



TOME NOTA

As relações obtidas nestas atividades podem ser estendidas a todos os triângulos retângulos e são importantes para a resolução de problemas.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Material necessário:

- um transferidor e uma régua para cada grupo.

Ao completar a tabela do item 5 e compará-la com a tabela do item 4, espera-se que os estudantes encontrem as seguintes relações:

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} = \frac{b}{h} \quad \text{e} \quad \frac{c}{h} = \frac{b}{m} = \frac{a}{b}$$

Faça discussões e registre as conclusões que os estudantes perceberam. Esse é o ponto inicial para que eles consigam organizar as relações métricas no triângulo retângulo, ou seja, a partir das igualdades entre razões serão desencadeadas as relações métricas em um triângulo retângulo qualquer.



Para saber mais sobre o ensino e aprendizagem as relações métricas no triângulo retângulo leia o texto de Lamas e Mauri “O teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~iole/oteoremadepitagoras.pdf>. Acesso em: 20 fev. de 2018.

ATIVIDADE 2

- 1 Gabriel e Denise observaram que as relações métricas discutidas envolviam os mesmos elementos dos triângulos (altura, catetos, hipotenusa, projeções), mas que se diferenciavam no uso desses elementos. Eles resolveram, então, separar as relações que envolvem:

a) Catetos, hipotenusa e projeção de catetos sobre ela:

$$b^2 = n \cdot a$$

$$c^2 = m \cdot a$$

b) Catetos, altura e projeção de catetos sobre a hipotenusa:

$$b \cdot c = h \cdot a$$

c) Altura e projeções de catetos sobre a hipotenusa:

$$h^2 = m \cdot n$$

- 2 Quando eles agruparam as relações, identificaram aquelas que envolviam os mesmos elementos e escreveram a relação obtida. Com relação ao item “a”, escreveram:

O quadrado da medida de um cateto é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção desse cateto sobre ela.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Atividade 2

A atividade 2 envolve as propriedades já descobertas e permite organizá-las de acordo com os elementos que envolvem. É interessante que os estudantes trabalhem em grupos para discutirem as propriedades e para que as organizem de acordo com os elementos que envolvem.

No item a, a relação envolve catetos, hipotenusa e as projeções de um cateto sobre a hipotenusa. Faça a síntese dessa relação: o quadrado da medi-

da de um cateto é igual ao produto da medida da hipotenusa pela medida da projeção desse cateto sobre ela.

Faça o mesmo em relação aos itens b e c. O item b envolve catetos, altura e projeção de catetos sobre a hipotenusa e o item c envolve altura e projeções de catetos sobre a hipotenusa.

Faça uma síntese das relações métricas em um triângulo retângulo para que os estudantes usem essas relações na resolução de problemas.

24

MATEMÁTICA

Escreva as outras relações obtidas, referentes aos itens “b” e “c”.

O produto das projeções sobre a hipotenusa é igual ao produto dos catetos.
O quadrado da altura é igual ao produto das projeções sobre a hipotenusa.

Agora, faça como Gabriel, resolva o problema a seguir, utilizando as relações métricas de um triângulo retângulo.

- 3 Calcule as medidas da altura, em relação à hipotenusa, e das projeções dos catetos sobre a hipotenusa, em um triângulo retângulo isósceles cujos lados iguais medem 5 cm.

$$h = m = n = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Eixo Estruturante

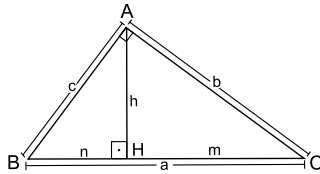
GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

A atividade 2 continua agora, explorando as relações métricas entre os elementos do triângulo retângulo em problemas. Apresente a síntese dessas relações e proponha que resolvam os problemas individualmente. Depois faça a correção e tire as dúvidas.

ATIVIDADE 3

Denise e Gabriel retomaram as relações obtidas nas suas investigações que envolviam os catetos, a hipotenusa, as projeções dos catetos, em relação à hipotenusa, e o desenho do triângulo retângulo que tinham visto.



$$c^2 = a \cdot n$$

$$b^2 = a \cdot m$$

Observando as duas relações, os jovens perceberam que, nelas, o único elemento que se repetia era a hipotenusa. Eles, então, resolveram adicionar tais relações. Vamos ver o que aconteceu?

$$b^2 + c^2 = am + an$$

$$b^2 + c^2 = a(m + n)$$

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

- 1 Explique como Denise e Gabriel pensaram.

Resposta pessoal.

- 2 A expressão $b^2 + c^2 = a^2$ é conhecida por **Teorema de Pitágoras**.

Escreva o significado desse Teorema no espaço a seguir, traduzindo essa expressão fazendo uso da linguagem natural:

A soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Atividade 3

A atividade 3 envolve o teorema de Pitágoras. A partir da adição algébrica das fórmulas $c^2 = a \cdot n$ e $b^2 = a \cdot m$, e da manipulação algébrica, os estudantes chegam à relação de Pitágoras.

Discuta oralmente como se chegou à fórmula relativa ao teorema de Pitágoras e depois escreva coletivamente como foi pensado para chegar à fórmula.



PARA SABER MAIS

A maior descoberta atribuída a Pitágoras foi o teorema que leva seu nome, ensinado, ainda hoje, em escolas do mundo inteiro. O filósofo e matemático Pitágoras, por volta de 580 - 500 a.C., aproximadamente, ao observar os triângulos retângulos, notou que eles obedeciam uma lei matemática que relaciona hipotenusa e catetos. Chineses e babilônios utilizavam o teorema há mil anos, mas desconheciam a possibilidade de aplicá-lo a todo triângulo retângulo. Pitágoras foi o primeiro a provar isso com argumentos matemáticos inquestionáveis.

Atualmente, fala-se na existência de mais de 1 000 demonstrações do teorema de Pitágoras. No endereço <http://www.rpm.org.br/cdrpm/74/6.html>, você encontrará essa informação e algumas dessas demonstrações.

As relações estudadas até aqui, são úteis na resolução de problemas. Vamos resolver alguns:

- 3 Em um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 10 cm, o cateto maior mede 2 cm a mais que o cateto menor. Qual é a medida dos catetos desse triângulo?

6 e 8.

- 4 Os catetos de um triângulo retângulo medem 4,5 cm e 6 cm. Calcule a medida da hipotenusa desse triângulo, da altura, em relação à hipotenusa, e das projeções da altura dos catetos sobre a hipotenusa.

$a = 7,5$; $h = 3,6$; $m = 4,8$ e $n = 2,7$

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M15) Investigar relações métricas em um triângulo retângulo, expressando-as algebricamente, e utilizar o teorema de Pitágoras.

Discuta sobre o Teorema de Pitágoras e amplie o conhecimento dos estudantes sobre o assunto fazendo a leitura do texto. Comente sobre a quantidade de demonstrações diferentes que existem desse teorema. Se for possível, leve os estudantes para o Laboratório de Informática visitar o site indicado no quadro **Para Saber Mais**. A partir do item 3, os estudantes vão aplicar a relação algébrica do Teorema de Pitágoras para resolver problemas. A sugestão é que façam individualmente para que seja possível mapear as dú-

vidas e, na socialização, poder discuti-las e saná-las, principalmente aquelas relacionadas às manipulações algébricas.

Circule pela sala enquanto eles resolvem os itens 3 e 4. Anote as dúvidas que surgirem, verifique se elas podem ser sanadas durante a execução dos itens. Se elas forem recorrentes a vários estudantes, vale a pena retomá-las durante a socialização, discutindo principalmente as manipulações algébricas, pois este será um ponto em que os estudantes terão dificuldades.

27

1)



11)



- (EF09M24) Solucionar e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos.

28

MATEMÁTICA

A turma de Denise e Gabriel precisava saber qual reservatório tinha maior capacidade. Para isso, foram feitas algumas investigações e descobriram que o volume de um prisma, em forma de bloco retangular, é calculado pelo produto da medida da largura, pela medida da altura e pela medida da profundidade; e que o volume de um cubo também é calculado do mesmo modo, pelo produto das três medidas, que, neste caso, são iguais.

Os amigos apresentaram duas propostas: uma cisterna em forma de bloco retangular, com as medidas internas de 3 m de largura por 2 m de profundidade, e por 1,5 m de altura; e uma cisterna, em forma de cubo, cujas medidas internas, largura, profundidade e a altura, medem 2,2 m.

Qual é a cisterna com maior volume interno? Justifique sua resposta.

a) Cisterna I $10,65 \text{ m}^3$	b) Cisterna II 9 m^3
--------------------------------------	-----------------------------------

A cisterna com o maior volume interno é a I, em forma de cubo.

ATIVIDADE 2

Agora que você sabe calcular esses volumes, junte-se a seus colegas para resolver os problemas a seguir:

- 1 É muito comum faltar água no verão na casa de praia de Denise. Para não correr risco de ficar sem água, seu pai mandou construir mais uma caixa d'água, em forma de bloco retangular, com 2 m de largura, 1 m de comprimento e 1 m de altura. Qual é o volume interno em cm^3 desse reservatório?

$$2 \text{ m}^3 = 2\,000\,000 \text{ cm}^3$$

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M24) Solucionar e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos.

Atividade 2

No item 1, os estudantes precisam calcular, novamente, o volume de uma caixa d'água. Nessa situação, é preciso que eles fiquem atentos à unidade de medida fornecida e à unidade de volume solicitada.

Caso eles tenham dificuldade em realizar a conversão de unidades de medida de volume, sugira que eles convertam as medidas da caixa d'água antes de realizar o cálculo de volume.

9º ANO

29

- 2 Sem fazer cálculo, responda: se forem construídos um cubo cuja aresta mede 3 m e um bloco retangular com mesma altura que o cubo, e com as medidas da base igual a 3 m de largura e 4 m de comprimento, qual dos dois terá o maior volume? Justifique.

O bloco retangular, pois uma de suas medidas é maior que a do cubo.

ATIVIDADE 3

Durante a realização do TCA, o grupo analisou, também, uma conta de água da escola e identificou que o consumo médio mensal era de 33 m^3 ou $33\,000 \text{ dm}^3$.

Denise representou, no seu trabalho, essa informação da seguinte maneira: $3,3 \cdot 10^4 \text{ dm}^3$.



TOME NOTA

Esse tipo de resposta é utilizado para simplificar a escrita de números muito grandes ou muito pequenos, por meio de uma potência de base 10, e é conhecida como **notação científica**, um dos fatores deve ser maior ou igual a 1 e menor que 10, e o outro, uma potência de 10.

ATIVIDADE 4

Gabriel, muito curioso, pesquisou, na internet, algumas unidades de medida muito grandes ou muito pequenas. Ele primeiro fez uma aproximação dessas medidas e, depois, expressou-as em notação científica. Vamos conhecer as descobertas de Gabriel e preencher as tabelas com as aproximações e a notação científica.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M25) Reconhecer e empregar unidades que expressem medidas muito grandes ou muito pequenas, fazendo uso da notação científica.

Atividade 3

Discuta a atividade coletivamente. Retome o significado de notação científica e comente que ela é utilizada para simplificar a escrita de números muito

grandes ou muito pequenos, por meio de uma potência de base 10. Nesse caso, um dos fatores deve ser um número real maior ou igual a 1 e menor que 10, e o outro, uma potência de 10.

- | Ano-luz | Aproximação | Notação científica |
|----------------------|-------------------|----------------------|
| 9 460 530 000 000 km | 9 500 000 000 000 | $9,46 \cdot 10^{12}$ |

- | Distância média entre a Terra e o Sol | Aproximação | Notação científica |
|---------------------------------------|-------------|--------------------|
| 149 597 870,691 km | 150 000 000 | $1,49 \cdot 10^8$ |

- | Massa de um elétron | Aproximação | Notação científica |
|--|--|-----------------------|
| 0,000 000 000 000 000 000
000 000 911 | 0,000 000 000 000 000
000 000 000 001 | $9,11 \cdot 10^{-28}$ |

- Espessura de um fio de cabelo: 0,000 06 m
- tamanho de uma bactéria: 0,000 000 2 m
- Diâmetro de Júpiter: 139 820 km
- Peso médio da baleia azul: 140 000 kg

- (EF09M25) Reconhecer e empregar unidades que expressem medidas muito grandes ou muito pequenas, fazendo uso da notação científica.

A atividade 4 pode ser discutida coletivamente. Primeiro a leitura de cada item, depois a aproximação coerente e, por último, a notação científica. Depois

da discussão e da aproximação, os estudantes podem resolvê-las individualmente. O item 4 pode ser resolvido em duplas. Um dos integrantes propõe uma informação e o colega escreve a informação numérica usando notação científica. Depois trocam os papéis.

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1 Determinar os valores correspondentes a 50%, 25%, 20% e 10% de um número: a) 50% de 120 b) 25% de 120 c) 20% de 120 d) 10% de 120 e) 50% de 240 f) 25% de 240 g) 20% de 240 h) 10% de 240 i) 50% de 316 j) 25% de 216	CM 2 Determinar os produtos de números racionais na forma decimal multiplicados por 10, 100 ou 1000: a) $10 \cdot 0,555$ b) $100 \cdot 0,555$ c) $1\,000 \cdot 0,555$ d) $10 \cdot 12,777$ e) $100 \cdot 12,777$ f) $1\,000 \cdot 12,777$ g) $10 \cdot 0,0288$ h) $100 \cdot 0,0288$ i) $1\,000 \cdot 0,0288$
CM 3 Determinar o dobro, o triplo, o quádruplo de um número: a) $1 \cdot 0,15$ b) $2 \cdot 0,15$ c) $3 \cdot 0,15$ d) $4 \cdot 0,15$ e) $5 \cdot 0,15$ f) $6 \cdot 0,15$ g) $7 \cdot 0,15$ h) $8 \cdot 0,15$ i) $9 \cdot 0,15$ j) $10 \cdot 0,15$	CM 4 Determinar razões expressas na forma de número racional na representação decimal: a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{15}{3}$ e) $\frac{12}{10}$ f) $\frac{6}{100}$ g) $\frac{7}{28}$ h) $\frac{25}{10}$ i) $\frac{360}{100}$ j) $\frac{8}{2}$

As atividades de Cálculo Mental propostas são sugestões para que os professores. Elas podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com as necessidades de aprendizagens da turma.

32

MATEMÁTICA

HORA DA RETOMADA

1 A dízima periódica $0,3444\ldots$ pode ser escrita como

a) $\frac{34}{99}$

b) $\frac{31}{9}$

c) $\frac{31}{90}$

d) $\frac{34}{90}$

e) $\frac{31}{99}$

2 Em uma pesquisa para o trabalho de Ciências, Denise encontrou algumas informações numéricas e as escreveu na forma de notação científica. Associe os valores com a segunda coluna.

I. Acredita-se que a temperatura aproximada, no centro do Sol, é de 20 000 000 °C.

II. Uma molécula chega a ter um diâmetro de 0,0000018 mm.

III. O raio da Terra, no Equador, é de aproximadamente 6 400 000 metros.

(II) $1,8 \cdot 10^{-6}$

(III) $6,4 \cdot 10^6$

(I) $2 \cdot 10^7$

Nesta parte os estudantes vão resolver individualmente as propostas. Verifique qual é o objetivo relativo a cada uma delas. Observe se os estudantes atingiram ou não o objetivo, suas fragilidades e faça uma retomada do que for preciso.

- 3 Denise e Gabriel compraram caixas de chocolate de tamanhos diferentes em formato de bloco retangular. A caixa de Gabriel media 6 cm de largura, por 4 cm de profundidade, por 5 cm de altura. Já a caixa de Denise media 7 cm de largura, por 3 cm de profundidade por 5 cm de altura. Indique a caixa que tem maior volume interno e a medida desse volume.

A caixa de Gabriel, com 120 cm^3 .

UNIDADE 2

Na Unidade 2, os estudantes terão a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos sobre os conjuntos numéricos: naturais, inteiros e racionais. Verificarão a existência de outros números que não pertencem a estes conjuntos numéricos como é o caso da diagonal do quadrado de lado 1 cm. Esses números são chamados de números irracionais e eles não podem ser expressos na forma de $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros e $b \neq 0$. Além disso, os números irracionais possuem infinitas casas decimais que não se repetem, diferentemente das dízimas periódicas. Em seguida, serão apresentados os Números Reais, formados pela junção dos números irracionais com os racionais. Cabe ainda destacar que há uma classe de inclusão entre os conjuntos numéricos: $N \subset Z \subset Q \subset R$.

Ainda nesta sequência de atividades, os estudantes irão fazer cálculos com números reais, envolvendo as diferentes operações. Também serão apresentados dois jogos de estratégia: “Um mergulhador preso no fundo do mar” e “Dividir e Circular”, em ambos, os estudantes deverão utilizar o cálculo mental. Após cada jogo, será importante que os participantes discutam e reflitam sobre a estratégia utilizada pelo vencedor, verificando se o seu uso propicia vencer o

jogo. Os jogos de estratégia são muito importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Na sequência 2, os estudantes farão investigações sobre os números irracionais, conhecerão o número áureo, seu significado e importância na construção do Partenon, da Catedral de Notre-Dame (França), da pintura da Monalisa de Leonardo Da Vinci.

Discutirão aproximações mais adequadas para alguns números irracionais e, nesse caso, seria muito interessante o uso da calculadora, pois ela proporciona maior agilidade ao cálculo dos números escolhidos, permitindo que os estudantes tenham mais tempo para analisar e justificar qual número traz uma melhor aproximação ao número irracional escolhido.

Ainda representarão, na reta numerada, números irracionais, pensando a partir das aproximações feitas, qual a representação mais adequada, lembrando sempre de relações como: ele é maior que, menor que, está entre...

Na sequência 3, os estudantes farão investigações envolvendo círculo e circunferência, discutirão a diferença entre essas figuras geométricas e calcularão a área de círculo e o perímetro de circunferências. Encontrarão o valor de π .

Na sequência 4, será apresentado um projeto envolvendo um tema da realidade social. Eles terão a oportunidade de escolher o tema que chame a atenção do grupo, aprenderão a formular perguntas abertas e fechadas relacionadas ao tema, mas que sejam significativas e relevantes para o objetivo estabelecido. Farão entrevistas, organizarão os dados coletados, discutirão os resultados encontrados, que serão apresentados em tabelas ou gráficos. Finalizarão o trabalho pensando na comunicação dos resultados por meio de relatório, primeiro para o grupo classe e, depois, para a comunidade escolar. O relatório elaborado deve conter os dados do projeto, bem como uma avaliação das medidas de tendência central.



Para saber mais sobre o ensino dos números reais leia o texto “Números Reais” nas Orientações Didáticas do Currículo da Cidade – Matemática, vol.1, p.140-150.

UNIDADE 2

Na Unidade 2, você irá trabalhar com os diferentes conjuntos numéricos que constituem um eixo muito importante na Matemática e a sua relação em diferentes contextos. Vai, ainda, participar de jogos de estratégia com cálculo mental e fazer investigações sobre a relação do comprimento da circunferência e do diâmetro de objetos circulares. Além disso, você planejará uma pesquisa e comunicará os resultados por meio de tabelas e gráficos.

Esta Unidade terá a participação da Juliana e da Jaqueline, que são irmãs gêmeas, têm 14 anos de idade, e estudam em escolas diferentes, mas estão no mesmo ano escolar. Vamos acompanhar as gêmeas!

Imagem: Artista e Cores. Foto: Damián Paul Comas

MATEMÁTICA



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, em particular alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, etc.).
- (EF09M04) reconhecer um número irracional, como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

Alguns procedimentos preliminares:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para realizar a atividade, antecipando dúvidas que, por ventura, poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução

**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M26) Construir e utilizar procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.
- (EF09M32) Investigar a relação existente entre o comprimento de circunferência e a medida do diâmetro.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Desafios numéricos

36

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Desafios numéricos

Nesta sequência, você ampliará seus conhecimentos sobre os conjuntos numéricos, relacionando a pertinência de elementos e a inclusão desses conjuntos. Além disso, participará de jogos de estratégia com cálculo mental. Vamos lá?

ATIVIDADE 1

Juliana chegou da escola e comentou com sua irmã, que havia aprendido algumas relações sobre os conjuntos numéricos, já estudados e que, além disso, conheceu um novo conjunto numérico.

- 1 Propôs um desafio à irmã, que consistia em organizar números nos respectivos conjuntos numéricos representados e em um diagrama, conhecido como Diagrama de Venn.

Ajude Jaqueline nesse desafio e coloque os números no conjunto a que eles pertencem, de acordo com o que foi representado no diagrama de Venn.

Colocar os números dentro dos "círculos":

Dentro do círculo verde:

0; $\frac{4}{2}$

Dentro do círculo vermelho:

-12

Dentro do círculo azul:

-1,75; 3,1;

$\frac{17}{6}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{4}$

N Z Q

O diagrama ao lado é conhecido como Diagrama de Venn

Atividade 1

Explore, coletivamente, os números apresentados no item 1, relacionando-os aos conjuntos numéricos. Destaque que os conjuntos estão em uma relação de inclusão, assim os números que pertencem

ao conjunto N, pertencem, também, a Z e a Q. Os números que estão no conjunto Z pertencem, também, a Q.

Peça para os estudantes preencherem as questões e faça a correção.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.

9º ANO

37

- 2 Jaqueline, ao colocar os números no diagrama, ficou intrigada e perguntou à sua irmã: “Tem algum número que não tem lugar nesse diagrama? Todos os números pertencem a, pelo menos, um conjunto numérico?” O que você acha? Justifique sua resposta.

Os números $\sqrt{7}$; $\sqrt{12}$; $-\sqrt{252}$ não pertencem a nenhum dos conjuntos representados no item anterior, pois são números irracionais.

- 3 Jaqueline percebeu que havia diferenças entre os números e observou algumas delas entre $-\frac{3}{2}$ e $\frac{17}{6}$ e entre $\sqrt{12}$ e $-\sqrt{25}$.
O que você acha dessa observação de Jaqueline? Justifique sua resposta.

São números racionais na forma fracionária, porém, a fração $-\frac{3}{2}$ representa um número decimal finito, a fração $\frac{17}{6}$ uma dízima periódica, enquanto as raízes citadas são representações decimais não periódicas, logo irracionais.



TO ME NOTA

Os números $\sqrt{12}$ e $\sqrt{7}$ são chamados de **números irracionais**, pois a representação decimal deles não apresenta período e, é infinita. Eles pertencem ao **conjunto dos números irracionais**, indicado pelo símbolo I .

ATIVIDADE 2

Juliana completou o que estava falando com sua irmã e disse que faltava, no diagrama de Venn, uma parte para que os números irracionais pudessem ser colocados. Por isso, ela apresentou o novo diagrama, mas, agora, completo:

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.

Desafie a classe para dizerem o que já sabem sobre as representações em forma de raiz que aparecem nos itens da página 37. Comente que os números $\sqrt{12}$ e $\sqrt{7}$ são chamados de números irracionais, pois a representação decimal deles não apresenta período e é infinita. Diga que esse tipo de número pertence ao conjunto dos números irracionais, indicado pelo símbolo I .

Discuta que existem números que são racionais na forma decimal, com representação finita e outros com representação em forma de dízima periódica. Há outros que apresentam representações decimais não periódicas. Estes não são racionais, são os irracionais.

Depois, peça que resolvam os itens propostos individualmente, comente os resultados e tire dúvidas. Peça outros exemplos de números racionais com representação decimal finita, com representação decimal periódica e de números irracionais e sintetize as diferenças entre esses tipos de números.

Atividade 2

Inicie a leitura da Atividade 2 que aprofundará os conhecimentos do conjunto dos números Irracionais.

38

MATEMÁTICA

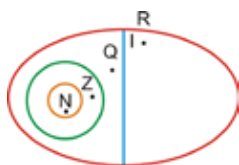


Ilustração: Luis Alca

- 1 A partir do que você aprendeu e considerando o diagrama de Venn, apresente a inclusão dos conjuntos numéricos, utilizando o símbolo $\subset$ (está contido).

$$N \subset Z \subset Q \subset R.$$

ATIVIDADE 3

Agora, foi a vez de Jaqueline desafiar sua irmã, Juliana. Ela propunha uma afirmação e Juliana deveria dizer, imediatamente, se a afirmação era verdadeira (V) ou falsa (F). Se fosse falsa, deveria refazer a afirmação, tornando-a verdadeira.

- 1 Faça você também o mesmo desafio e reescreva, no espaço, as afirmações que são falsas, tornando-as verdadeiras.
- (V) Todo número inteiro é real.
 - (F) Todo número real é racional.
 - (F) $-\sqrt{4}$ é um número irracional.
 - (F) $-\frac{1}{4}$ é um número real e irracional.
 - (V) $R - I = Q$
 - (V) $\sqrt{900}$ é um número inteiro e real.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.

Atividade 3

O item 1 pode ser resolvido coletivamente, decidindo sobre quais são as afirmações falsas e quais são as verdadeiras. Em seguida, é importante que os estudantes realizem as correções das afirmações falsas, pois, assim, será possível perceber como eles associam os números aos conjuntos numéricos.

- 2 Jaqueline desafiou sua irmã, Juliana, para encontrar os dois números inteiros e consecutivos entre os quais se localiza $\sqrt{250}$.

Juliana disse que, para descobrir, iria utilizar quadrados de alguns números como: $10^2 = 100$ e $20^2 = 400$. Como 250 está entre 100 e 400, então $\sqrt{250}$ está entre os números 10 e 20. Ela então, testou um número intermediário, como 15. Fez $15^2 = 225$ e concluiu que $\sqrt{250}$ está próximo de $\sqrt{225}$.

Para aproximar mais ainda, ela fez $16^2 = 256$ e concluiu que $\sqrt{250}$ está entre 15 e 16.



CALCULE

Você concorda com os procedimentos de Juliana?

Confira esse procedimento, usando uma calculadora para fazer $\sqrt{250}$.

Os procedimentos de Juliana estão corretos.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.

O procedimento utilizado por Juliana ajudou-a a estimar $\sqrt{250}$. Quando ela calculou o quadrado de 15 e de 16, conseguiu concluir que $\sqrt{250}$ está entre esses dois números. Você pode continuar a discussão com a turma, questionando-os se esse número está mais próximo do 15 ou do 16 e solicitando para que justifiquem suas escolhas.

40

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

As duas irmãs gostam muito de jogos e desafios, principalmente quando precisam utilizar estratégias para ganhar. Elas prepararam jogos com cálculo mental e desafiaram suas primas para jogar. Vamos conhecê-los e jogar?

Jogo 1 - Um tesouro preso ao fundo do mar

Um mergulhador desceu ao fundo do mar e descobriu um tesouro preso entre as pedras. Ajude-o a tirar o tesouro de lá.

Participantes: quatro jogadores

Material: folhas com as expressões, pedras com os resultados, e encarte do mergulhador (páginas 249 a 253)

Regras: neste jogo, o estudante escolhe uma das 12 expressões numéricas que deverá resolver mentalmente, e procura o resultado na numeração das pedras que estão perto do mergulhador.

Ganha o jogo quem conseguir tirar todas as pedras que estão perto do mergulhador, de forma a tirar o tesouro que está preso.

Se o resultado não for de uma pedra que possa soltar o tesouro, o jogador passa sua vez. O jogo termina depois que todas as pedras forem retiradas.

a) $+ 10 - (4^2 - 5) =$	b) $8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) =$
c) $(2)^3 \cdot (2)^4 : (2)^6 =$	d) $-2 : \frac{1}{2} =$
e) $1 + (2 \cdot 5 - 9,8) =$	f) $0,2 - (2 \cdot 0,3) =$

Atividade 4

Entre as páginas 249 e 253 encontram-se alguns encartes para a realização do jogo: folhas com as expressões, pedras com os resultados e o encarte do mergulhador.

Organize a turma em pequenos grupos para jogar. Antes de iniciar, faça a leitura das regras e apresente o objetivo do jogo, informando os estudantes que se trata de um jogo de estratégias e, por isso, deverão ficar atentos para as escolhas das expressões.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

Material necessário:

- uma folha de papel com os cálculos propostos para cada grupo de 4.

As expressões devem ser resolvidas mentalmente e que, achado o resultado, devem procurá-lo nas pedras que estão sobre o mergulhador.

Deixe a turma decidir quem inicia o jogo em cada grupo e qual será a ordem dos jogadores.

Cada vez que o estudante erra o resultado da expressão numérica, passa sua vez. Ganha o jogo o estudante que conseguir tirar a última pedra da cabeça do mergulhador.

Ao final do jogo, discuta sobre a estratégia do vencedor e outras possíveis estratégias que permitem ganhar o jogo.

9º ANO

41

g) $(2^4 + 2^2) : 100 =$	h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 0,125 =$
i) $\left(\frac{3}{5}\right)^0 - 2 \cdot 0,7 =$	j) $(5)^2 : (10)^2 =$
k) $(-2)^4 \cdot (-2)^6 : (-2)^9 =$	l) $\frac{1}{2} : (-3) =$



Quando terminarem o jogo, reflitam sobre a estratégia do vencedor e discutam, no grupo, como é possível fazer para ganhar o jogo.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

Material necessário:

- uma folha de papel com os cálculos propostos para cada grupo de 4.

Jogo 2 - Dividir e circular

Participantes: quatro jogadores

Material: lápis coloridos e quadro com cálculos.

Regras: neste jogo, o estudante escolhe um lápis de cor (vermelho, azul, verde ou amarelo) e seleciona dois números do quadro abaixo. Depois, divide mentalmente esses números, um pelo outro em qualquer ordem. Se o resultado da divisão fizer parte do quadro, o estudante circulará com seu lápis de cor. Se o resultado da divisão não estiver no quadro, o estudante passa a vez.

Ganha o jogo quem conseguir circular 3 números em linha (horizontal, vertical ou diagonal).

4	200	90	160	600	10
3	50	0,25	12	3,5	1,2
60	8	0,4	2,8	70	800
7	500	50	60	0,1	20
5	100	0,01	2	300	45
400	0,5	40	140	700	800
40	0,3	0,2	30	0,6	10

Jogo 2 - Dividir e calcular

Em pequenos grupos, os estudantes utilizarão o quadro de números para jogar. Assim como o jogo anterior, esse também é um jogo de estratégia e exigirá habilidades dos estudantes para a realização de cálculo mental.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

Material necessário:

- Uma folha de papel com os cálculos propostos para cada grupo de 4.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Investigando Números Irracionais

9º ANO

43

Quando terminarem o jogo, reflitam sobre as estratégias do vencedor e discutam, no grupo, sobre quais delas permitem ganhar o jogo.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Investigando Números Irracionais

Vamos conhecer diferentes números irracionais? Preparem-se para as investigações de Jaqueline e Juliana.

ATIVIDADE 1

Jaqueline estava pesquisando sobre um número irracional e sua irmã sugeriu que pesquisasse sobre o número áureo (número de ouro).

Jaqueline leu sobre o Partenon, o templo da deusa Atena, que foi construído no século V a.C. e é uma arquitetura grega com muita beleza. Essa obra é admirada por representar em sua construção o retângulo áureo (retângulo de ouro).

Você sabe o que é o retângulo de ouro?



Partenon

Atividade 1

Continue com a leitura da atividade 1 da sequência 2, e verifique já haviam percebido essas relações de proporção do retângulo áureo. Se houver possibilidade, leve-os a sala de leitura para que possam levantar outras obras, cujos autores se basearam nas proporções do número áureo.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M02) Relacionar os diferentes campos numéricos, compreendendo a relação entre eles e reconhecer o conjunto dos números reais como conjunto reunião dos números racionais e irracionais.
- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculados à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

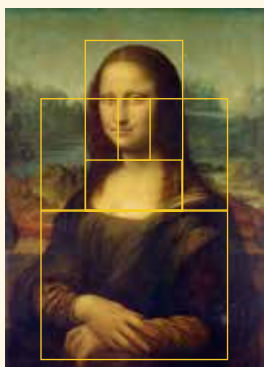


Para saber mais leia A Mona Lisa e outras incríveis obras baseadas no número áureo. Revista Super Interessante. Disponível em: <https://super.abril.com.br/blog/supernovas/a-mona-lisa-e-outras-incriveis-obras-baseadas-no-numero-de-ouro/> Acesso em : 21 fev de 2018.

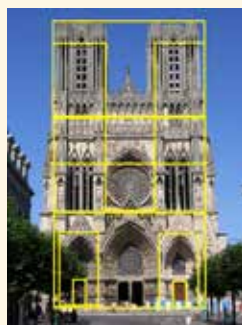
**TOME NOTA**

O **retângulo de ouro** é um retângulo cuja razão entre as medidas de comprimento do lado maior e menor é igual ao número de ouro (1,618...).

Para os gregos, o retângulo de ouro representava a lei da beleza matemática. Observe nas imagens, a presença do retângulo de ouro em pinturas e construções feitas pelo homem.



Obra Monalisa



Catedral de Notre-Dame



Partenon

Imagens: Wikimedia Commons

Eixo Estruturante**NÚMEROS**

- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

9º ANO

45

ATIVIDADE 2

Jaqueline investigou ainda, a razão entre o comprimento do lado maior e do menor de alguns retângulos que encontrou em um desenho na internet.

- 1 Faça a mesma investigação feita por Jaqueline. Agrupe-se com um colega para realizar a atividade. Vocês precisarão de uma régua e de uma calculadora.

Razão 1:

$$\frac{10}{6,2} = 1,64$$

Razão 2:

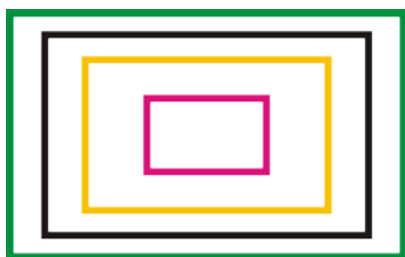
$$\frac{8,2}{5,1} = 1,61$$

Razão 3:

$$\frac{6,1}{3,8} = 1,6$$

Razão 4:

$$\frac{3,1}{1,9} = 1,63$$



- 2 Essas razões se aproximam de qual valor?

1,6

- 3 Esse é o valor aproximado do número de ouro, representado pela letra grega ϕ (fi)?

Sim.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

Material necessário:

- Régua e calculadora para cada grupo.

Atividade 2

Em grupos, e utilizando uma régua e calculadora, peça para analisarem os retângulos desenhados e medirem o lado maior e o menor de cada retângulo. Depois, eles precisam dividir a medida maior pela menor. Verifique se percebem que essas divisões se aproximam de 1,6 e comente sobre o valor do número de ouro.

46

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

Jaqueline continuou suas investigações. Ela queria descobrir qual era o valor de $\sqrt{2}$, pois esse número é irracional e ela não conseguia colocá-lo na reta numérica. Ela contou seus procedimentos para Juliana. Vejam o que ela fez, utilizando uma calculadora, régua, esquadro e compasso. Vamos lá?

“Construí um quadrado com o lado medindo 1 cm e, em seguida, tracei sua diagonal. A diagonal formou 2 triângulos retângulos. A partir do Teorema de Pitágoras, calculei a medida da diagonal do quadrado, pois cada cateto mede 1 cm. Logo, a hipotenusa mede $\sqrt{2}$ cm. Com o compasso, transporte a medida da diagonal do quadrado para a reta numerada.”

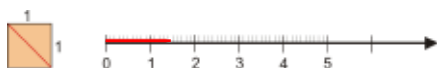


Ilustração: INCA

- 1 Você acha que Jaqueline representou $\sqrt{2}$ corretamente na reta numérica? Justifique.

Sim, pois $\sqrt{2} \approx 1,41$.

- 2 Ela consegue saber qual é o valor aproximado de $\sqrt{2}$ realizando esse procedimento. Entre quais pontos, $\sqrt{2}$ ficou na reta numerada?

Entre 1 e 2.

- 3 Sabendo que $\sqrt{2}$ fica entre 1 e 2, Jaqueline resolveu utilizar a calculadora para verificar uma aproximação adequada e fez alguns cálculos. Faça você também:

a) $(1,1)^2 = 1,21$	b) $(1,2)^2 = 1,44$	c) $(1,3)^2 = 1,69$
d) $(1,4)^2 = 1,96$	e) $(1,5)^2 = 2,25$	f) $(1,6)^2 = 2,56$
g) $(1,7)^2 = 2,89$	h) $(1,8)^2 = 3,24$	i) $(1,9)^2 = 3,61$

Atividade 3

Esta atividade explora o valor decimal de $\sqrt{2}$.

É interessante repetir os procedimentos de Jaqueline usando régua, compasso, esquadro e calculadora para colocar $\sqrt{2}$ na reta numérica. O importante é discutir com a classe que os procedimentos de Ja-

queline permitem colocar o número $\sqrt{2}$ na reta numerada e o valor decimal encontra-se entre 1 e 2.

Depois, divida a classe em grupos e problematize a situação: para encontrar o valor de $\sqrt{2}$ basta elevar alguns números do intervalo entre 1 e 2 ao quadrado e verificar o mais próximo de 2. Para isso, os grupos podem fazer os cálculos de potenciação indicados no item 3.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).

Material necessário:

- régua e calculadora para cada grupo.

- 4 Depois de fazer esses cálculos, Jaqueline percebeu que o resultado mais preciso de $\sqrt{2}$ está entre 1,4 e 1,5. Você concorda com ela? Justifique sua resposta.

Sim, pois ao calcularmos o quadrado desses dois números, obtivemos 1,96 e 2,25. O número 2 encontra-se nesse intervalo.

- 5 Ela, então, resolveu encontrar um resultado mais preciso de $\sqrt{2}$ utilizando duas casas decimais e fez mais cálculos. Faça você também.

a) $(1,41)^2 = 1,9881$	b) $(1,42)^2 = 2,0164$
c) $(1,43)^2 = 2,0449$	d) $(1,44)^2 = 2,0736$

- 6 Depois de fazer os cálculos, Jaqueline descobriu que o valor, com duas casas decimais, que melhor se aproxima de $\sqrt{2}$ está entre 1,41 e 1,42. Você concorda com ela? Justifique sua resposta.

Sim.

- 7 Ela continuou seus cálculos, mas, agora, com 3 casas decimais. Faça você também:

a) $(1,411)^2 = 1,990921$	b) $(1,412)^2 = 1,993744$
c) $(1,413)^2 = 1,996569$	d) $(1,414)^2 = 1,999396$
e) $(1,415)^2 = 2,002225$	f) $(1,416)^2 = 2,005056$

- 8 Depois desses cálculos, Jaqueline concluiu que a melhor aproximação para $\sqrt{2}$ é 1,414. Você concorda com ela? Justifique sua resposta.

Sim.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M03) Compreender e reconhecer que existem problemas, especialmente alguns vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π , da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.).
- (EF09M04) reconhecer um número irracional, como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

A atividade continua nas páginas 47 e 48. Não desmanche os grupos. Após a realização dos cálculos da página 46, verifique se os estudantes percebem que $\sqrt{2}$ está entre 1,4 e 1,5. Apesar de ser possível notar uma aproximação, instigue-os a buscar valores mais aproximados. Os itens da página 47 solicitam que

eles calculem o quadrado de números com duas casas decimais (entre 1,41 e 1,44) e, depois, com três casas decimais (entre 1,411 e 1,416)

Ao final, os estudantes utilizam a calculadora para conferir o resultado de $\sqrt{2}$ e comparar com as aproximações realizadas.

48

MATEMÁTICA

- 9 Agora, utilize a calculadora, aperte a tecla 2 e $\sqrt{}$. O que você observa no visor? Compare com a resposta obtida no item 8 e escreva uma conclusão.

1,41421356

ATIVIDADE 4

- 1 Depois da descoberta de Jaqueline, sua irmã disse que há calculadoras com 8, 9, ou 10 casas decimais e que os valores decimais do número irracional não formam um período como nos números racionais. Ela disse que encontrou, em uma pesquisa, que alguns computadores apresentam o valor de $\sqrt{2}$ com bilhões de dígitos e não são encontrados períodos que se repetem nesse número. Com essas informações, é possível concluir que $\sqrt{2}$ é um número racional ou irracional? Justifique.

Irracional, pois não possui um período.

- 2 Analise as questões abaixo e responda:

- a) Quantos números inteiros existem entre os irracionais $-\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$?

5

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M04) reconhecer um número irracional, como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

Atividade 4

A atividade 4 pode ser resolvida em duplas. Peça que discutam os intervalos numéricos de cada item. É importante que os estudantes percebam que dependendo do conjunto numérico, há possibilidade

de identificar os números que estão em um determinado intervalo (para os inteiros e naturais), mas se os números forem do conjunto dos racionais ou dos reais, não há como contar a quantidade de números dentro do intervalo indicado.

9º ANO

49

- b) Quantos números reais existem entre $-\sqrt{5}$ e $\sqrt{5}$?

Infinitos.

- c) Quantos números naturais existem entre 1,25 e 3,01?

1

- d) Quantos números irracionais existem entre 1,62 e 1,7?

Infinitos.

- 3 Juliana comentou com sua irmã que qualquer ponto da reta numérica tem um único número real correspondente e que todo número real tem um único ponto correspondente na reta. Sabendo disso, que estratégias você usaria para representar cada número real abaixo na reta numérica? Justifique sua resposta.

- a) 1,023456...
b) -1,105
c) -5,0976543
d) $\frac{125}{1\ 000}$
e) 3,1456237...
f) 10,7654398...

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M04) reconhecer um número irracional, como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

No item 3, os estudantes precisam descrever as estratégias que usariam para colocar os números indicados na reta numerada e justificar os procedimentos. É importante que percebam qual é o

número natural ou inteiro mais próximo do número real que será colocado na reta numerada. Essa aproximação auxiliará o estudante a definir a escala que será utilizada na reta numerada.

50

MATEMÁTICA

- 4 Classifique cada afirmação em verdadeira (V) ou falsa (F), reescrevendo as falsas, de modo a torná-las verdadeiras. Depois, represente os números na reta numérica.

- a) (F) Na reta numérica, o ponto que representa o número $\frac{5}{2}$ está localizado entre 1 e 2.
- b) (F) Na reta numérica, o ponto que representa o número $\sqrt{2}$ está entre 2 e 3.
- c) (V) Na reta numérica, o número $\frac{4}{3}$ está mais próximo do zero do que de $\sqrt{7}$.
- d) (V) Na reta numérica, o número $\frac{1}{2}$ está mais próximo do zero do que do 1.

No quadro:

a) O ponto que representa a fração $\frac{5}{2}$ está localizado entre 2 e 3.

b) O ponto que representa o número $\sqrt{2}$ está entre 1 e 2.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M04) reconhecer um número irracional, como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

O item 4 apresenta algumas afirmações que devem ser verificadas como verdadeiras ou falsas. Observe se os estudantes conseguem posicionar os números na reta numérica para confirmar as análises realizadas para cada uma das afirmações.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – As investigações das gêmeas e de seus pais

9º ANO

51

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

As investigações das gêmeas e de seus pais

Nesta sequência, você vai acompanhar experimentos das gêmeas e de seus pais com o objetivo de descobrir a relação existente entre o comprimento da circunferência e a medida do seu diâmetro, para construir procedimentos de cálculo de áreas de círculos e perímetros de circunferências e, finalmente, calcular áreas de superfícies delimitadas por contornos circulares. Você vai, também, realizar alguns experimentos.



ATIVIDADE 1

Juliana aprendeu, na escola, a diferença entre círculo e circunferência.

Você sabe qual é?

Ela aprendeu que a circunferência é um conjunto de pontos que estão a uma mesma distância do centro. Essa distância é conhecida como raio. Aprendeu que o círculo é formado pela circunferência e pelos infinitos pontos do seu interior.

Ela também fez uma investigação na escola e contou para sua irmã:

Separei alguns materiais com superfícies que se aproximam do formato circular, como CD, tampa de panela, moeda de um real e, para realizar o experimento utilizei régua, barbante e calculadora.



Em cada objeto, medi o comprimento da circunferência e do diâmetro com um pedaço de barbante e, a cada medida tirada, estiquei o barbante para verificar a medida com a régua.

Depois, registrei as medidas de cada objeto na tabela e fiz a divisão indicada na última coluna.

Atividade 1

Durante a leitura do texto, discuta sobre a diferença entre círculo e circunferência. Organize os estudantes em grupos para que eles meçam o comprimento e o diâmetro da circunferência dos diferentes objetos trazidos para aula.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M32) Investigar a relação existente entre o comprimento de circunferência e a medida do diâmetro.

Material necessário:

- um conjunto de objetos circulares como moedas, tampas de painéis, CDs e DVDs, barbante, régua grande, calculadora para cada grupo.

52

MATEMÁTICA

- 1 Faça os mesmos procedimentos de Juliana e escolha objetos que possuem superfícies com formato circular, e complete o quadro:

Objeto	Comprimento da Circunferência (C) (cm)	Medida do Diâmetro (d) (cm)	$\frac{\text{Circunferência (C)}}{\text{Diâmetro (d)}}$
		Resposta variável	

- 2 Analise os valores encontrados na razão $\frac{C}{d}$. O que você pode concluir?

Independente das medidas realizadas para os diferentes objetos, a razão $\frac{C}{d}$ deve ser de aproximadamente 3,14.



TO ME NOTA

Na investigação realizada você observou que o número resultante da divisão da medida do comprimento pela medida do diâmetro de uma circunferência tem o valor constante, chamado de número π (pi).

$$\pi = \frac{\text{comprimento (C)}}{\text{diâmetro (d)}}$$

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M32) Investigar a relação existente entre o comprimento de circunferência e a medida do diâmetro.

A partir das medições realizadas nos diferentes objetos, verifique se os estudantes perceberam que, na investigação realizada, o número resultante da divisão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência tem o valor constante que é aproximadamente 3,14... Comente que esse número é chamado de número π (pi).

Questione-os se esse número pode ser considerado racional e peça que justifiquem sua escolha. Veja se percebem que o número π não é racional, pois tem representação decimal infinita e não periódica.

9º ANO

53

- 3 Se o número π é resultado da divisão entre a medida do comprimento e a do diâmetro de uma circunferência, por que esse número não pode ser classificado como um número racional?

Porque esse número não possui um período na parte decimal.

- 4 A partir da razão $\frac{C}{d}$, escreva uma fórmula para o comprimento da circunferência em função do diâmetro e outra em função do raio.

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = D \cdot \pi$$

- 5 Juliana aprendeu que a área do círculo é diretamente proporcional ao raio e que a razão entre a área do círculo e o quadrado do raio é a constante π (pi), que corresponde a, aproximadamente, 3,14.

$$\pi = \frac{\text{Área}}{\text{raio} \times \text{raio}} = \pi = \frac{A}{r^2}$$

A partir dessa relação, escreva uma fórmula que permita calcular a área de um círculo:

$$A = \pi \cdot r^2$$



Ilustração: Ana Rita da Costa

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M32) Investigar a relação existente entre o comprimento de circunferência e a medida do diâmetro.

Material necessário:

- um conjunto de objetos circulares como moedas, tampas de panelas, CDs e DVDs, barbante, régua grande, calculadora para cada grupo.

Discuta oralmente que o comprimento da circunferência pode ser calculado em função de seu diâmetro como em função de seu raio. Pergunte por que e verifique se percebem que o raio corresponde à metade da medida do diâmetro e, assim, é possível identificar a fórmula do comprimento da circunferência:

$$C = 2 \cdot r \cdot \pi \quad \text{ou} \quad D \cdot \pi$$

Da mesma forma, é possível calcular a área do círculo pela fórmula:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Discuta que a área do círculo é diretamente proporcional ao raio e que a razão entre a área do círculo e o quadrado do raio é a constante π (pi), que corresponde a, aproximadamente, 3,14.

Depois, peça que os estudantes descrevam similaridades e diferenças entre as fórmulas das áreas do círculo e a do comprimento da circunferência.

Faça uma síntese sobre características de círculo e de circunferência e das fórmulas de cálculo de área do círculo e de comprimento da circunferência. Comente também sobre a irracionalidade do número π .

54

MATEMÁTICA

- 6 Compare as fórmulas que permitem calcular a área do círculo e o comprimento da circunferência, e registre as suas conclusões:

Ambos usam o produto do π pelo raio.

ATIVIDADE 2

- 1 Para a casa nova, os pais de Juliana e Jaqueline precisavam de um cesto para colocar roupa suja. Tinham que investigar a medida do raio do cesto para ver se caberia no espaço. Acharam um de que gostaram muito e que seu contorno media 85,9 cm. Qual é a medida do raio desse cesto?

13,68 cm



- 2 Para enfeitar a sala, a mãe das meninas irá fazer um tapete de crochê. O tapete terá formato circular e, na borda, as meninas passarão uma volta de uma tira de cetim. Quantos metros de fita elas deverão comprar se o tapete terá 1,7 m de diâmetro? Qual é a área que esse tapete vai cobrir no chão da sala?

Atividade 2

A atividade 2 também explora perímetro e área de figuras circulares. A sugestão é que os estudantes a resolvam individualmente, pois já houve discussões sobre essas grandezas na atividade anterior. Socialize algumas resoluções.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M26) Construir e utilizar procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

Verifique se percebem que para calcular o raio do cesto de roupas precisam dividir o comprimento da circunferência de base do cesto por π e depois por 2 para calcular o raio. Observe também se calculam o perímetro do tapete para pensar na quantidade de fita e se calculam a área do tapete também diferenciando as duas fórmulas.

9º ANO

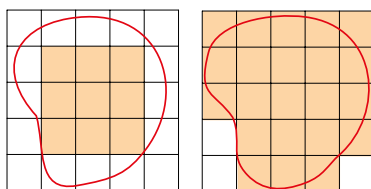
55

10,68 m
5,34 metros de cetim e 2,27 m² de área

ATIVIDADE 3

O pai das gêmeas precisava investigar a área de uma região delimitada por contornos curvilíneos. Ele colocou o desenho da figura feito em papel transparente, sobre uma folha quadriculada de 1 cm por 1 cm. Dessa forma, estimou a área da figura, em centímetros quadrados (cm²)

Observe:



Ele analisou o desenho e concluiu que a área estava compreendida entre 9 e 22 m².

- 1 Como o pai das gêmeas procedeu para estimar a área de uma região delimitada por contornos curvilíneos?

Sim, resposta pessoal.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M26) Construir e utilizar procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

Atividade 3

A atividade 3 deve ser resolvida em grupos. Explore o texto inicial e problematize a situação perguntando como sabem se o pai das meninas agiu corretamente para estimar a medida da área, que procedimento usou.

Deixe os grupos discutirem e socialize.

Caso nenhum estudante se aproxime da forma como o pai das gêmeas pensou, mostre a eles que 9m² é uma aproximação por falta da área da figura e que 22 m² é uma aproximação por excesso da área.

Pergunte se não acham que essa aproximação tem um intervalo muito grande e solicite que justifiquem sua resposta.

56

MATEMÁTICA

**TO ME NOTA**

Dizemos que 9 m^2 é uma aproximação por falta da área da figura e que 22 m^2 é uma aproximação por excesso da área.

O pai das gêmeas queria uma aproximação melhor. Então, utilizou um papel quadriculado com os quadradinhos de $0,5 \text{ cm}$ por $0,5 \text{ cm}$, ou seja, uma área de $0,25 \text{ m}^2$. Observe:

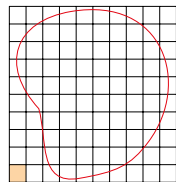


Ilustração: Joana A. Ferreira

2) Ajude o pai das gêmeas a fazer estimativas da área da figura respondendo às perguntas:

a) Como você pode calcular a área da figura nesse novo quadriculado?

Contando os quadradinhos que estão dentro da figura.

b) Qual é a área, aproximada por falta, dessa figura?

52 quadradinhos, medindo $0,5 \times 0,5 \text{ cm}$, totalizando uma área entre 12 e 13 cm^2 .

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M26) Construir e utilizar procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

A aproximação realizada no item 1, apresenta um intervalo abrangente para a área da figura. Coloque em discussão se os estudantes acham que é necessário e viável realizar uma aproximação melhor. A proposta é de usar um papel quadriculado com os quadradinhos

que apresentam $1/4$ da área do papel quadriculado que vinha sendo utilizado, ou seja, uma área de $0,25 \text{ m}^2$. A partir das respostas ao item 2, peça a eles que comparem com o item 1 e verifiquem se a aproximação ficou mais adequada.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – A pesquisa de Jaqueline

9º ANO

57

- c) Qual é a área, aproximada por excesso, dessa figura?

Eles podem dizer que está entre 19 e 21 cm^2 (77 a 81 quadradinhos).

- d) Qual é o intervalo em que a área da figura está compreendida?

Eles podem dizer que a área está entre 12 e 20 cm^2 (49 a 81 quadradinhos).

- e) O pai das gêmeas concluiu que, para obter uma área mais aproximada da medida real, basta utilizar quadradinhos cada vez menores. Você concorda com ele? Justifique.

Sim.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

A pesquisa de Jaqueline

Nesta sequência, você terá a oportunidade de fazer uma pesquisa amostral, envolvendo um tema da sua realidade social e, além disso, apresentará uma análise dos resultados à escola, utilizando medidas de tendência central, relatórios e gráficos.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M26) Construir e utilizar procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência.

Essa aproximação pode ser melhorada, tanto na contagem de quadradinhos muito pequenos quando considerados como 1 quadradinho, como usando papel com divisões em quadrados cada vez menores.

[illegible]

Proponha que o grupo leia o texto da atividade 1, discuta e escolha seu tema, indicando no espaço correspondente.

Jaqueline e seu grupo escolheram o tema **Alimentação Saudável** e pensaram na população que poderia participar da pesquisa. A ideia era que todos os estudantes do Ciclo Autoral da escola pudessem participar. Mas ela percebeu que isso não seria possível. Então, pensou em selecionar uma amostra representativa dos estudantes. Para isso, Jaqueline e seus amigos precisavam definir alguns critérios. Pensaram em 5 estudantes de cada turma do Ciclo Autoral (7ºs, 8ºs e 9ºs anos), totalizando 30 estudantes, pois eram 6 turmas.

- 2 Qual foi o critério utilizado pela turma de Jaqueline? Ele permite formar uma amostra representativa dos estudantes que estudam no Ciclo Autoral? Justifique.

Pensaram em 5 estudantes de cada turma do ciclo autoral. Não, pois não terá uma amostra de toda a escola.

ATIVIDADE 2



TOME NOTA

O grupo de Jaqueline pensou em formular questões de pesquisa. Discutiram se as questões seriam abertas ou fechadas. Nas questões abertas, há uma vantagem de o participante dar a sua opinião sobre o assunto sem nenhuma interferência do pesquisador. Na questão fechada, há alternativas de respostas e o participante deve escolher uma delas. A desvantagem da questão aberta é que, ao tabular os dados, há a necessidade de sintetizar as ideias contidas nas respostas. Na questão fechada, basta contar quantos participantes indicaram determinada alternativa, o que facilita na obtenção dos dados.

Os componentes resolveram, inicialmente, fazer 10 questões fechadas e duas abertas, mas, pela dificuldade de organizar as respostas dos pesquisados, decidiram produzir apenas as questões fechadas. Veja, a seguir, quais são elas e reflita se o seu grupo quer aproveitá-las ou se fará novas perguntas.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Atividade 2

Pergunte para os estudantes o significado de população e amostra. Discuta qual foi o critério usado pela turma de Jaqueline, se ele permite formar uma amostra representativa do Ciclo Autoral e peça para justificarem. Sintetize a diferença entre população e amostra.

Pergunte se já participaram de alguma pesquisa, se foram entrevistados ou se responderam a um questionário. Discuta que nas questões abertas o

participante dá sua opinião sobre o assunto sem interferência do pesquisador. Na questão fechada, há alternativas de respostas, o participante deve escolher uma delas.

Comente que na questão aberta há necessidade de o pesquisador sintetizar as ideias contidas nas respostas e, na questão fechada, basta contar quantos participantes indicaram determinada alternativa, o que facilita o pesquisador na obtenção dos dados.

60

MATEMÁTICA

1 Questões de pesquisa: **Questionário da pesquisa – Respostas variáveis**

- a) Você tem uma alimentação saudável?
☐ Sim ☐ Não
- b) Qual o motivo de ter uma alimentação saudável?
☐ questões estéticas
☐ questões de saúde
☐ orientação do médico
☐ outros
- c) Você substitui produtos da alimentação convencional por opções mais saudáveis?
☐ Sim ☐ Não
- d) Para você é importante consumir alimentos com alto teor nutricional?
☐ Sim ☐ Não
- e) Você procura consumir alimentos naturais sem conservantes?
☐ Sim ☐ Não
- f) Você dá preferência a produtos sem corantes artificiais?
☐ Sim ☐ Não
- g) Quantas frutas você consome por dia?
☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ mais de 3
- h) Quantas vezes você come legumes por semana?
☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ mais de 3
- i) Quantas vezes você consome suco natural por semana?
☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ mais de 3

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Divida a classe em grupos e proponha que analisem as questões que compõem o instrumento de pesquisa de Jaqueline. Peça que os grupos discutam as questões e verifiquem se interessam ou não para a pesquisa que vão fazer.

Peça aos grupos que elaborem duas questões abertas para a pesquisa e discuta-as.

Faça uma discussão com a classe para verifique quais questões podem representar as ideias da turma e permanecerem no instrumento de pesquisa.

j) Quantas vezes você come salgadinhos industrializados por semana?

() 0 () 1 () 2 () 3 () mais de 3

2 Se vocês fossem propor questões abertas, o que proporiam? Elabore duas questões abertas sobre o assunto:

Resposta pessoal.

[illegible]

O próximo passo é iniciar a pesquisa. Combine com a turma para conversarem com a direção da escola. Essa reunião tem a finalidade de autorizar a realização da pesquisa. Como essa pesquisa envolve pessoas, é necessário que haja uma autorização dos participantes, sabendo que os nomes deles não serão veiculados. Como os estudantes são menores de idade, os responsáveis devem assinar essa autorização.

3 Em uma folha de papel, elabore o texto de autorização para consentimento de participação na pesquisa, o qual deverá ser reproduzido e assinado.

Dê um tempo para as autorizações serem assinadas e inicie a pesquisa. Utilize, pelo menos, as questões fechadas. Reproduza as questões e distribua uma folha para cada participante.

Resposta pessoal.

Comente que para iniciar a pesquisa é preciso conversar com a direção da escola para que haja uma autorização para realizá-la. Como essa pesquisa envolve seres humanos, é necessário que haja uma autorização daqueles que concordarem em participar, mesmo que os nomes deles não sejam veiculados. E, nesse caso, os estudantes são menores de idade, então é preciso que os pais ou responsáveis assinem uma autorização.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Combine que irão escrever coletivamente em uma folha de papel um texto de autorização para consentimento de participação na pesquisa.

Diga que esse texto será reproduzido e encaminhado para assinatura. Após recolherem as autorizações assinadas, inicie a pesquisa com as questões fechadas que devem ser reproduzidas e distribuídas aos participantes.

62

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

Depois que Jaqueline recolheu as folhas preenchidas da pesquisa, calculou, para cada resposta, a frequência absoluta (quantidade de vezes em que um valor é observado na amostra) e a frequência relativa (razão entre a frequência de um valor e a frequência absoluta total).

- 1 Agora, faça você: com as folhas todas preenchidas, passe à tabulação dos dados no seu grupo. Utilize papel em branco e construa uma tabela com 3 colunas para cada questão e organize os dados, informando as variáveis (1ª coluna), a frequência absoluta (2ª coluna) e a frequência relativa (3ª coluna). **Tabulação da pesquisa e organização dos dados.**
- 2 Analise as questões e as respostas e, junto com os colegas de grupo, decidam e depois construam os gráficos, escolhendo o mais adequado para apresentar os resultados.

Resposta pessoal.

Atividade 3

Ainda em grupos, os estudantes organizarão os questionários preenchidos para iniciar a tabulação de dados.

Proponha que peguem uma folha de papel e montem uma tabela com 3 colunas para cada questão, informando as variáveis (1ª coluna) a frequência absoluta (2ª coluna) e a frequência relativa (3ª coluna).

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Retome os conceitos de frequência absoluta e de frequência relativa caso seja necessário.

Depois de tabulados os estudantes construirão um gráfico no item 2. Cada grupo pode escolher o tipo de gráfico que achar mais adequado. Ao final, os grupos podem socializar seus dados e justificar a escolha de seus gráficos.

- 3 Para finalizar a pesquisa, analise os resultados. Discuta-os e escreva um relatório com a análise dos dados obtidos. Não se esqueça de registrar os dados mais relevantes sobre a alimentação saudável, se existe alguma deficiência alimentar, e sugestões para que o grupo se alimente melhor.

Registre, abaixo, o relatório da pesquisa:

Análise da pesquisa

[illegible]

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Para finalizar, cada grupo vai escrever um texto coletivo que será lido e discutido pela classe toda. Oriente a escrita do texto que deve conter os dados analisados, algumas reflexões sobre eles, e questões que ainda precisam ser esclarecidas. Diga que não se

esqueçam de registrar os dados mais relevantes sobre a alimentação saudável, se, a partir dos dados, possa existir alguma deficiência alimentar e sugestões para que o grupo se alimente melhor.

ATIVIDADE 4

O grupo de Jaqueline queria saber qual era a idade média, o sexo dos participantes da pesquisa e a situação social da família. Para isso, pediram aos participantes para preencher uma ficha:

Sexo	
Idade	
Faixa salarial da família	

Depois, o grupo de Jaqueline calculou a média aritmética simples das idades dos participantes, adicionando todas as idades e dividindo, pelo número total de participantes (30). Obtiveram o número 13,6. Observe como fizeram:

Idades:

12, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14, 14.

Média:

$(12 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 13 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14) : 30 = 13,6$

- 1 Você acha que o número obtido pelo grupo representa, realmente, a idade média dos participantes? O que significa 13,6 anos?

Sim, pois o grupo de Jaqueline calculou de forma correta a média das idades. O 13,6 é a média aritmética.

- 2 Agora, pegue os resultados da sua pesquisa sobre as idades dos participantes e calcule a média aritmética simples.

Resposta variável, conforme a pesquisa realizada pelo grupo.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

9º ANO

65

- 3 Agora, elabore um problema em que seja possível calcular a média aritmética simples. Depois, troque com seu colega e cada um deve resolver o problema proposto pelo outro.

Enunciado	Resolução
Resposta pessoal.	

**CALCULE**

Por último, de posse de uma calculadora, confira a solução de seu colega para seu problema.

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

66

MATEMÁTICA

- 4 Jaqueline lembrou que faltava analisar a renda salarial das famílias que participaram da pesquisa. Ela fez um gráfico com as respostas dos participantes. Cada família deu um valor aproximado da sua renda.

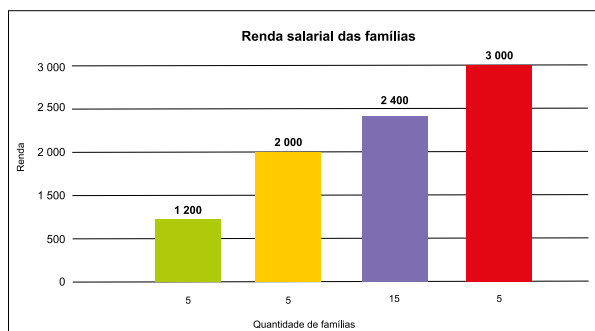


Imagem: NUBA

- a) Calcule a renda média das famílias dos participantes da pesquisa de Jaqueline.

2 233,00

- b) Descreva como você procedeu.

Procedimento para calcular média aritmética simples.

Peça aos estudantes que analisem o gráfico e calculem o salário médio das famílias pesquisadas. Verifique como os grupos procedem e, depois, socialize os procedimentos utilizados por eles.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral, envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

9º ANO

67

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1

Determinar quocientes de números inteiros divididos por números racionais na forma fracionária:

- a) $2 : 1/2$
- b) $4 : 1/2$
- c) $8 : 1/2$
- d) $16 : 1/2$
- e) $2 : 1/4$
- f) $4 : 1/4$
- g) $8 : 1/4$
- h) $16 : 1/4$
- i) $2 : 1/8$
- j) $4 : 1/8$

CM 2

Determinar os quocientes de números racionais na forma fracionária por um número inteiro:

- a) $1/4 : 2$
- b) $1/8 : 2$
- c) $1/3 : 2$
- d) $1/6 : 2$
- e) $1/4 : 3$
- f) $1/8 : 3$
- g) $1/3 : 3$
- h) $1/6 : 3$
- i) $1/4 : 4$
- j) $1/8 : 4$

CM 3

Determinar o produto de números racionais na forma decimal:

- a) $0,2 \cdot 0,2$
- b) $0,4 \cdot 0,3$
- c) $0,6 \cdot 0,2$
- d) $0,5 \cdot 0,3$
- e) $0,7 \cdot 0,7$
- f) $0,4 \cdot 0,8$
- g) $0,7 \cdot 0,9$
- h) $0,8 \cdot 0,5$
- i) $0,9 \cdot 0,9$
- j) $0,1 \cdot 0,3$

CM 4

Determinar a média aritmética de conjunto de números:

- a) $(8 + 6 + 7) : 3$
- b) $(10 + 4 + 5 + 1) : 4$
- c) $(7 + 5 + 4 + 8) : 4$
- d) $(5 + 6 + 4 + 10 + 5 + 6) : 6$
- e) $(10 + 3 + 7 + 10 + 5) : 5$
- f) $(10 + 11 + 9 + 6) : 4$
- g) $(15 + 14 + 16) : 3$
- h) $(20 + 3 + 7 + 2) : 4$
- i) $(25 + 5 + 8 + 15 + 2) : 5$
- j) $(32 + 30 + 34) : 3$

As atividades de Cálculo Mental propostas são sugestões para que os professores. Elas podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com as necessidades de aprendizagens da turma.

68

MATEMÁTICA

HORA DA RETOMADA

- 1 Assinale as alternativas corretas.
- a) () A soma de dois números naturais pertence ao conjunto dos números irracionais.
- b) () Um número que apresenta uma dízima não periódica pertence ao conjunto dos números irracionais.
- c) (X) Um número que apresenta representação fracionária pertence ao conjunto dos números racionais.
- d) (X) Uma dízima periódica pertence ao conjunto dos números reais.
- 2 A dona de uma confeitaria está preparando um bolo de aniversário que está sobre uma placa no formato circular de 50 cm de diâmetro. Ela passará uma fita ao redor da placa. Qual deve ser o comprimento mínimo dessa fita?



Ilustração: Osmarino Paula Correia

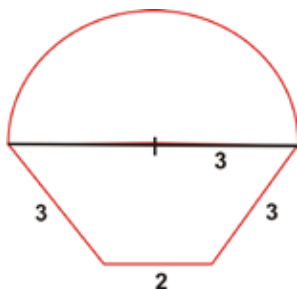
$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$
$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 25$$
$$C = 157 \text{ cm ou } 1,57 \text{ m}$$

Nesta parte os estudantes resolverão as propostas individualmente. Verifique qual é o objetivo relativo a cada uma delas. Observe se os estudantes atingiram ou não o objetivo, suas fragilidades e faça uma retomada do que for preciso.

9º ANO

69

- 3 Nos preparativos para uma festa na escola, Jaqueline e Juliana estavam preparando cartões na forma de um *cupcake*, conforme se vê na ilustração. Para deixar o cartão mais bonito, elas contornarão o cartão com uma fita vermelha. Qual deverá ser o comprimento dessa fita?



$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84$$

$$\frac{C}{2} = 9,42$$

$$P = 9,42 + 3 + 3 + 2 = 17,42$$

Estas questões devem ser resolvidas individualmente e acompanhadas pelo professor. É importante verificar quais são os objetivos já incorporados pelos estudantes e os que ainda estão precisando de retomada.

UNIDADE 3

Na sequência 1 da Unidade 3, os estudantes irão aprofundar seus conhecimentos sobre os cálculos envolvendo números irracionais, discutindo as melhores aproximações para a escrita e representação destes números. As atividades propostas nessa sequência permitem que os estudantes, a partir das discussões, organizem uma regra de formação que devem valer para uma casa decimal, ou n casas decimais.

Na sequência de atividades 2, a ideia é que os estudantes possam relacionar expressões algébricas às suas respectivas representações gráficas em planos cartesianos, observando a partir da representação significados que assumem a intersecção e o declive. Nesse processo, seria interessante a utilização do GEOGEBRA no Laboratório de Informática, ajudaria a observar melhor o declive das retas que representam cada uma das expressões algébricas. Caso isso não seja possível, os estudantes podem traçar estas mesmas retas, utilizando o plano cartesiano construído com régua, lápis e papel.

Ainda na sequência 2, serão apresentadas algumas situações em que os estudantes devem resolver equações de segundo grau, podendo utilizar diferentes procedimentos para encontrar a solução: fatoração, cálculo mental ou qualquer outra que achar mais conveniente. O importante é que eles consigam justificar essa escolha. A partir dessas discussões, eles

descobrirão que as respostas encontradas são as raízes das equações. Há uma sequência de atividades em que eles serão desafiados a elaborar novas situações para que seus colegas as resolvam. O processo de elaboração de problemas é mais complexo, pois exige que os estudantes saibam propor as situações, resolvê-las e orientar os colegas que não o resolveram adequadamente.

Na sequência 3, a ideia é investigar as condições de semelhança entre polígonos. Os estudantes irão perceber que, ao analisar se dois polígonos são semelhantes, eles devem verificar se os ângulos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais. Para que dois polígonos sejam semelhantes, essas duas condições devem acontecer sempre, não basta satisfazer apenas uma.

A partir da relação de semelhança entre polígonos os estudantes irão investigar as relações entre retas paralelas cortadas por transversais, também conhecidas como Teorema de Tales. O experimento que Tales realizou foi observar a sombra de uma pirâmide. A partir de suas observações, Tales conseguiu medir a altura da pirâmide de Quéops, no Egito, tendo como referência a sombra por ela projetada. Esse estudo contribuiu para ampliação dos conhecimentos sobre razão e proporção, que ainda hoje são utilizados no cálculo de distâncias.

Na sequência 4, a proposta será conhecer os valores de medida de tendência central de uma pesquisa. Entre as medidas de tendência central que discutiremos temos a média, a moda e a mediana. A Estatística é uma área da Matemática que discute as informações coletadas e organizadas em tabelas e gráficos, identificando como os diversos números se caracterizam dentro de um conjunto de dados. Dentre as informações coletadas, podemos retirar alguns valores que, de alguma maneira, captam a tendência central ou as medidas de centralidade daquele conjunto de dados. Elas são conhecidas como média (aritmética e ponderada), moda e mediana. A média aritmética é determinada pelo resultado da divisão do somatório dos números dados pela quantidade de números somados. A moda consiste no valor observado com mais frequência em um conjunto de dados. A Mediana é a medida de tendência central que indica exatamente o valor central de um conjunto de dados organizados ou em ordem crescente ou decrescente.

Além das medidas de tendência central, os estudantes discutirão as medidas de dispersão: a variância e o desvio padrão. As medidas de dispersão medem o grau de variabilidade dos elementos de uma distribuição.

UNIDADE 3

Nesta Unidade, você vai construir procedimentos de cálculo com números irracionais por aproximações aos números racionais. Relacionará expressões algébricas e gráficos no plano cartesiano, podendo fazer uso da tecnologia digital. Além disso, vai resolver equações de 2º grau, explorar semelhança de polígonos e o Teorema de Tales.

Vamos contar com a participação dos amigos Luís e Joca nas explorações e descobertas desta Unidade.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

ÁLGEBRA

- (EF09M09) Relacionar expressões algébricas e gráficas em plano cartesianos, explorando os significados de intersecção e declive, com o uso de tecnologias digitais ou não.
- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Procedimentos importantes antes de iniciar a Unidade:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para realizar a atividade, antecipando dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução



GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M19) Obter valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Uma conversa entre amigos

72

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Uma conversa entre amigos

Nesta sequência, você vai acompanhar uma conversa de dois amigos sobre os números irracionais e as aproximações desses números para números racionais.

ATIVIDADE 1

- Os amigos Luís e Joca estavam conversando a respeito de como eles poderiam representar o número $\pi = 3,1415926535\dots$ na reta numérica, fazendo aproximações. Como esse número tem, como parte inteira, o algarismo 3, Luís e Joca sabiam que ele se localizava entre o 3 e o 4. Coloque, em uma reta numérica, o número π :

0 1 2 3 ↓ 4
 π

- Joca ficou pensando na parte decimal desse número irracional. O primeiro algarismo da parte decimal é o 1. Logo, π é bem próximo do 3, pois se o 1º algarismo fosse 9, π seria próximo de 4. Joca concluiu, com essa descoberta que, já era possível representar o número na reta numérica. Represente este número na reta numérica.

3 ↓ 4
 π

Depois, Joca pensou: se o primeiro algarismo da parte decimal for 1, 2, 3 ou 4, posso conservar a parte inteira e se quiser, esse algarismo também, pois dá uma boa aproximação. Se for 5, 6, 7, 8 ou 9, no entanto, o 1º algarismo da parte decimal, aproximo a parte inteira para seu sucessor.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Atividade 1

Discuta com os estudantes sobre os números irracionais, como são compostos e como podem ser localizados na reta numerada. Proponha que, em grupos, discutam as questões e construam a reta numerada indicando o número π . Pergunte que aproximações eles podem fazer para colocar número na reta. Discuta as aproximações propostas na atividade e sintetize as conclusões sobre aproximações de casas decimais.

Isso é legal, mas será que vale para os outros algarismos da parte decimal? Se o número tiver muitos algarismos na parte decimal, como acontece com $3,1415926535\dots$, basta aproximar a primeira casa decimal? Você não vai considerar as outras?

Não tinha pensado sobre isso

Ilustração: Ana Rita da Costa

Os amigos pesquisaram e descobriram que é possível usar esse critério para qualquer algarismo da parte decimal em que se queira fazer a aproximação.



TOME NOTA

No número $3,1415926535\dots$, se pensarmos na aproximação a partir do algarismo 5 (em negrito), ele pode ser aproximado para 6, pois o algarismo que está à sua direita é o 9, que é maior do que 5. No entanto, se formos pensar na aproximação a partir do 4 (em negrito), ele pode permanecer, pois o algarismo que está à sua direita é o 1.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Discuta o critério de aproximação do número $3,1415926535\dots$: ela depende da quantidade de casas decimais que desejamos considerar na aproximação. Para efeito dos cálculos realizados com o número π , utilizaremos duas casas decimais.

74

MATEMÁTICA

- 3 Com esses critérios de aproximações, ajude Luís a fazer a aproximação do número 3,141592653 com 3 casas decimais. Explique como procedeu.

3,141 ou 3,142. Ao considerarmos três casas decimais, temos o número 3,141 e o algarismo subsequente é o 5. Nesse caso, o estudante pode fazer uma aproximação para o 2, ou manter o 1 na terceira casa decimal.



CALCULE

Agora que você conhece os critérios de aproximação, calcule:

- a) A área de um triângulo retângulo com altura igual a $\sqrt{2}$ cm e base 1,5 cm, com aproximação de uma casa decimal. Se necessário, utilize a calculadora para determinar o valor de $\sqrt{2}$. Nesse caso, tecla 2, depois $\sqrt{}$.

1,1 cm

- b) O perímetro de um hexágono regular com lado medindo $\sqrt{3}$ cm, com aproximação de duas casas decimais. Se necessário, utilize a calculadora para determinar o valor de $\sqrt{3}$. Tecla 3, depois $\sqrt{}$.

10,39 cm

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

9º ANO

75

ATIVIDADE 2



CALCULE

Os amigos gostaram dessa descoberta, pois poderiam utilizar aproximações dos números irracionais para fazer cálculos, já que os irracionais têm infinitos algarismos após a vírgula. Luís e Joca resolveram testar alguns cálculos com aproximações de até 3 casas decimais. Faça o mesmo você também.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3,146$	b) $\pi - \sqrt{5} = 0,91$
c) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{7} = 6,481$	d) $2 \cdot \sqrt{10} - 3,432167 = 2,89$
e) $\pi \cdot \pi - \sqrt{8} = 7,041$	

ATIVIDADE 3

Joca perguntou para Luís se $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$. Luís quis investigar e resolveu construir vários triângulos retângulos, o primeiro, em particular, isósceles, com catetos iguais a 1 cm. Aplicando o teorema de Pitágoras. Descobriu que a hipotenusa era igual a $\sqrt{2}$ e, construindo outro triângulo retângulo com catetos iguais a $\sqrt{2}$ e 1, obteve um segmento igual a $\sqrt{3}$ (hipotenusa do 2º triângulo). Construiu outro triângulo retângulo, com catetos iguais a $\sqrt{3}$ e 1, assim sucessivamente.

Atividade 2

A atividade 2 explora cálculos aproximados com números racionais. A ideia é que discutam em grupos. Usando a calculadora, os estudantes devem calcular o valor decimal dos números irracionais e, depois, operar com eles, sempre pensando nas aproximações propostas na página anterior.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Material necessário:

- uma calculadora para cada grupo.

76

MATEMÁTICA

Depois, Joca representou, na reta numérica, o segmento vermelho, ao final dele, o laranja, como se estivesse adicionando os segmentos. Em seguida, inseriu o segmento verde a partir do zero. Assim poderia comparar $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ com $\sqrt{5}$.

Siga os passos do Luís e responda a dúvida de Joca.

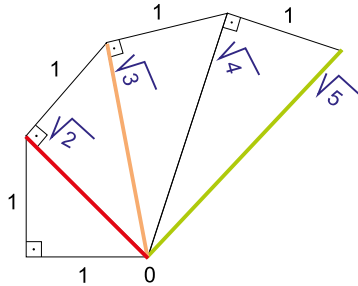


Ilustração: Joana A. Ferreira

1 A partir do que você observou, marque a afirmação correta:

- a) ☐ $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
 b) ☐ $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5}$
 c) ☒ $\sqrt{2} + \sqrt{3} > \sqrt{5}$

2 Agora, investigue e utilize, se necessário, régua e compasso para descobrir a diferença dos comprimentos dos segmentos verde e vermelho. Marque a afirmação correta:

- a) ☐ $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$
 b) ☒ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{3}$
 c) ☐ $\sqrt{5} - \sqrt{2} > \sqrt{3}$

ATIVIDADE 4

Os jovens continuaram suas conversas. Joca descobriu que $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{400}$, pois concluiu que $4 \cdot 5 = 20$, e 20 é igual a $\sqrt{400}$. Então, ele se perguntou se poderia generalizar, para quaisquer números a e b reais: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Atividade 3

A atividade 3 deve ser discutida em grupos. A ideia é que explorem a construção geométrica de números irracionais, usando Teorema de Pitágoras, régua e calculadora.

Discuta os procedimentos de colocação na reta numerada dos segmentos coloridos (vermelho e laranja) um após o outro e o segmento verde que corresponde a $\sqrt{5}$, começando do zero.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Verifique como fazem e discuta geometricamente se $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é maior, menor ou igual a $\sqrt{5}$.

Faça o mesmo com a subtração.

Discuta os resultados e confira as operações realizadas usando a representação decimal das raízes indicadas na calculadora.

9º ANO

77

- 1 Qual é a sua conclusão a respeito? Justifique com exemplos e utilize a calculadora.

Resposta pessoal.

- 2 Investigue um procedimento análogo para a divisão $(\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}})$ e justifique sua conclusão, formando exemplos e utilizando a calculadora.

Exemplo: $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{9} = 3$

- 3 Agora, calcule os resultados com base em suas descobertas e confira com a calculadora.

a) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{8}$

60

b) $8\sqrt{100} : 4\sqrt{25}$

4

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Material necessário:

- uma calculadora para cada grupo.

Atividade 4

Discuta, agora, os procedimentos de cálculos de multiplicação e divisão de radicais. Proponha que, em grupos, façam as operações propostas e discutam os resultados. Verifique se percebem que os procedimentos da multiplicação e da divisão são diferentes dos da adição e subtração.

Depois peça que resolvam o item 3 individualmente para que possam aplicar os conhecimentos sobre operações com radicais. Faça a correção e tire as dúvidas dos estudantes. Proponha outros exercícios para aplicarem o que aprenderam sobre operações com radicais.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Os desafios de Joca e Luís

78

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Os desafios de Joca e Luís

ATIVIDADE 1

- 1 Joca e Luís estavam procurando desafios para apresentar aos colegas e encontraram o seguinte:

A soma das idades de dois irmãos é 25. A diferença entre o triplo da idade do irmão mais novo e o dobro da idade do mais velho é 10. Qual é a idade de cada um?

Antes de proporem aos colegas, Joca e Luís resolveram o problema: Joca montou um sistema de duas equações com duas incógnitas e resolveu o sistema.

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 3x - 2y = 10 \end{cases}$$

Luís montou uma tabela e atribuiu valores para as idades dos irmãos, considerando apenas a 1ª equação.

Complete o quadro que Luís organizou.

Irmão mais novo (x)	Irmão mais velho (y)
8	17
10	15
9	16
5	20
2	23
12	13

Atividade 1

Pergunte aos estudantes como fariam para resolver esse desafio proposto por Joca e Luís. Verifique se pensam em fazer por tentativa e erro, ou se indicam um método de resolução de sistemas de equações polinomiais do primeiro grau. Em grupos, eles podem preencher a tabela, considerando a soma das idades dos dois irmãos, atribui uma idade para um deles e, assim, consegue encontrar a idade do outro. Além dessa maneira de olhar para o desafio propos-

to, os estudantes podem resolvê-lo como Joca fez: por meio de um sistema de duas equações. Oriente-os a encontrar as idades dos irmãos por meio da resolução do sistema.

ERRATA

A sequência de atividades que se inicia nesta página está com a numeração errada. O correto é Sequência de Atividades 2.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

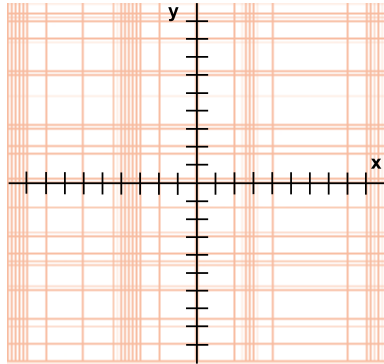
- (EF09M09) Relacionar expressões algébricas e gráficas em plano cartesianos, explorando os significados de intersecção e declive, com o uso de tecnologias digitais ou não.

9º ANO

79

Após terminarem a resolução, Luís e Joca conversaram sobre a maneira como cada um resolveu e perceberam que Luís não concluiu a resolução, pois considerou apenas uma das equações.

- 2 Depois, Joca propôs que representassem cada expressão algébrica do problema em um mesmo plano cartesiano. Vamos ajudá-los. Se preferir, encontre 2 pontos de cada reta para traçá-las.



- a) Que relação é possível fazer, analisando os valores da tabela de Luís com a reta que representa a expressão algébrica $x + y = 25$?

A reta é formada a partir dos valores da tabela de Luís.

- b) As retas se interceptam em que par ordenado? Qual a relação existente desse par ordenado com a solução do problema?

A intersecção das retas acontece no ponto (12,13), que corresponde à solução do problema, ou seja, a idade dos irmãos.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M09) Relacionar expressões algébricas e gráficas em plano cartesiano, explorando os significados de intersecção e declive, com o uso de tecnologias digitais ou não.

Ainda em grupos, verifique como representam o sistema de equações no plano cartesiano do Caderno. Discuta que a reta referente à equação $x + y = 25$ é formada a partir dos valores da tabela, mas apenas um dos pares ordenados representa as idades dos irmãos.

Pergunte onde se localiza a solução do sistema no gráfico. Verifique se percebem que é no ponto de

intersecção das retas. Discuta os coeficientes de x : se for positivo a reta é crescente e se for negativo a reta é decrescente.

Faça uma síntese do que foi estudado sobre resolução de sistemas de equações polinomiais de primeiro grau, seus gráficos, coeficientes, raízes, etc.

80

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 2

Continuando a busca de desafios, Joca e Luís encontraram um que consistia em adivinhar o número em que o outro colega pensou.

Pense em um número, eleve ao quadrado, multiplique o resultado por 2, adicione 1 e fale o resultado em voz alta para que o outro colega descubra o número pensado.

- 1 Organizem-se em dupla. Tirem par ou ímpar para iniciar. Quem ganhar, começa, segue os três comandos do desafio. Preencha o quadro e fale o resultado final em voz alta ao colega, que deve adivinhar o número pensado.

Número pensado	Eleve ao quadrado	Multiplique o resultado por 2	Adicione 1	Resultado Final
Jogador 1		Respostas variáveis		
Jogador 2				

Atribua uma letra para o número pensado. Você e seu colega irão elaborar uma equação que, quando resolvida, apresenta como raiz, o número pensado.

- a) Equação proposta pelo jogador 1:

Exemplo: $2x^2 + 1 = 9$ (se $x = 2$ ou $x = -2$)

- b) Equação proposta pelo jogador 2:

Exemplo: $2y^2 + 1 = 19$ (se $x = 3$ ou $x = -3$)

**RODA DE CONVERSA**

Discutam suas estratégias.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M09) Relacionar expressões algébricas e gráficas em plano cartesianos, explorando os significados de intersecção e declive, com o uso de tecnologias digitais ou não.

Atividade 2

Esta atividade inicia-se com um jogo em duplas. Um dos integrantes pensa em um número, fala os três comandos sequenciais da tabela em voz alta ao colega, que deve tentar adivinhar o número pensado. Depois, invertem-se os papéis. Por fim, os integrantes preenchem a tabela de acordo com seu jogo.

O segundo desafio é a proposta de resolução de uma equação que, se resolvida, apresenta o número pensado como raiz, por um dos integrantes da

dupla para o outro resolver. Depois invertem-se os papéis. Por fim, os integrantes preenchem o desafio no Caderno.

Proponha que discutam suas estratégias. Faça a correção de algumas propostas.

Comente que esse desafio envolve uma equação do segundo grau, pois a equação tem a incógnita elevada ao quadrado. Nesse caso, a equação possui duas soluções, um número positivo e outro negativo.

**TOME NOTA**

Após a resolução do desafio, descobriram que ele envolvia uma equação do **segundo grau**, ou seja, uma equação que tinha a incógnita elevada ao quadrado.

- 2 Em uma chácara, o proprietário irá delimitar um terreno quadrado de 64 m^2 para plantio de milho. Qual é a medida do lado do terreno?

8 cm

- 3 Uma marcenaria irá fazer uma placa de madeira, no formato quadrado, e outra no formato retangular, ambas com a mesma área. A medida do comprimento da placa retangular é igual ao dobro da medida do lado do quadrado e sua largura mede 3 cm. Quais são as dimensões desconhecidas?

O quadrado tem lados de 6 cm e o comprimento da placa retangular tem 12 cm.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração.

Os itens 2 e 3 solicitam que os estudantes descubram uma equação do 2º grau que pode traduzir o problema e, depois, tentar resolvê-la. A ideia é que discutam os problemas em grupos e registrem as equações. Socialize as respostas e enfatize as mais econômicas e interessantes.



TO ME NOTA

Equações do 2º grau com incógnita x são aquelas que podem ser escritas na forma:
 $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são números reais e $a \neq 0$.

Os números a , b e c são chamados coeficientes da equação do 2º grau.

Joca pensou no **problema 2**, do lado do quadrado de 64 m^2 de área. Pensou em números que, elevados ao quadrado, resultassem em 64. Identificou $(-8)^2 = 64$ e $(8)^2 = 64$. Explicou que poderiam ser os valores de -8 e 8 , mas como se tratava da medida do lado de um quadrado, só poderia ser o valor positivo 8.



Ilustrações: André do Carmo



Luís pensou no **problema 3**, em que a área do quadrado era a mesma do retângulo e apresentou sua resolução. Igualou as áreas:

$$x^2 = 3 \cdot 2x \Leftrightarrow x^2 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$$

Em seguida, **fatorou** o primeiro membro da equação:

$$x \cdot (x - 6) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

Como o produto dos fatores é zero, pelo menos um deles é zero.

Luís concluiu que havia 2 opções para x : 0 e 6. Como a medida do lado do quadrado não pode ser o 0, então $x = 6$. O quadrado terá lados iguais a 6 e o retângulo 3 e $2 \cdot 6$, ou seja, 3 e 12.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração.

9º ANO

83

ATIVIDADE 3

Os jovens descobriram que os valores encontrados na resolução das equações são chamados de **raízes da equação** do 2º grau. Eles queriam saber se havia algum tipo de resolução especial para resolver equações completas de 2º grau. Descobriram, ainda, que quando a equação do 2º grau é um trinômio quadrado perfeito do tipo $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$, esses poderiam ser fatorados. Logo, pensaram na equação $t^2 + 2t + 1 = 0$ e fatoraram para encontrar as raízes:

$$t^2 + 2t + 1 = 0 \quad \Rightarrow \text{O primeiro membro dessa equação é um trinômio quadrado perfeito.}$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$t^2 + 2 \cdot t \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$(t + 1)^2 = 0 \quad \Rightarrow \text{Forma fatorada do trinômio.}$$

$$(t + 1) \cdot (t + 1) = 0 \quad \Rightarrow \text{Os dois fatores são iguais, a equação tem duas raízes iguais.}$$

$$t + 1 = 0, \text{ logo } t = -1$$

Logo, a equação tem duas raízes reais e iguais a -1 .

1 Utilizando as estratégias apresentadas até agora, resolva as equações a seguir:

a) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$-\frac{3}{2}$$

b) $2y^2 + 72 = 0$

Sem solução real.

c) $w^2 - 4w = 0$

$$0; 4$$

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração.

Atividade 3

Discuta coletivamente a resolução proposta para uma equação completa com base em trinômios do 2º grau. Depois, peça para que, individualmente, resolvam as equações propostas usando os procedimentos discutidos. Por último faça a correção das equações e faça o levantamento de dúvidas que aparecerem.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – A gráfica do pai de Luís

84

MATEMÁTICA

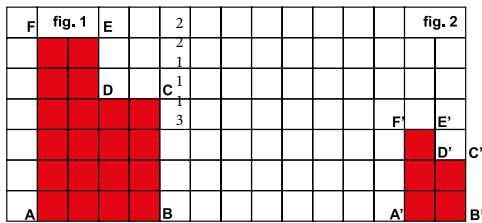
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

A gráfica do pai de Luís

Nesta sequência, você investigará a semelhança de polígonos e solucionará problemas, utilizando o Teorema de Tales.

ATIVIDADE 1

O pai de Luís trabalha em uma gráfica. Luís e seu amigo, Joca, foram visitá-lo no serviço. Chegando lá, o pai de Luís estava reduzindo uma figura para fazer um folder e disse aos meninos que a figura do folder deveria ser semelhante à figura original. Observe o que ele fez:



- 1 Meça os lados dessas figuras. Você poderá considerar 1 cm para a medida do lado do quadrado da malha:

Figura 1	Figura 2
$\overline{AB} = 4$	$\overline{A'B'} = 2$
$\overline{BC} = 4$	$\overline{B'C'} = 2$
$\overline{CD} = 2$	$\overline{C'D'} = 1$
$\overline{DE} = 2$	$\overline{D'E'} = 1$
$\overline{EF} = 2$	$\overline{E'F'} = 1$
$\overline{AF} = 6$	$\overline{A'F'} = 3$

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Material necessário:

- uma régua para cada grupo.

- 2 Os lados AB e $A'B'$, BC e $B'C'$, assim por diante, são chamados de **lados correspondentes**. Observe as medidas dos lados correspondentes das figuras. O que você concluiu?

A figura 2 é uma redução da figura 1.

- 3 Escreva as razões entre os segmentos:

$$\frac{AB}{A'B'} = 2 \quad \frac{BC}{B'C'} = 2 \quad \frac{CD}{C'D'} = 2 \quad \frac{DE}{D'E'} = 2 \quad \frac{EF}{E'F'} = 2$$

- 4 Agora, com auxílio de um transferidor meça os ângulos correspondentes das figuras 1 e 2. Nesse caso, lembre-se de que os ângulos internos dos quadrados que compõe a malha são retos, ou seja, medem 90° .

Figura 1	Figura 2
$\hat{A} = 90^\circ$	$\hat{A}' = 90^\circ$
$\hat{B} = 90^\circ$	$\hat{B}' = 90^\circ$
$\hat{C} = 90^\circ$	$\hat{C}' = 90^\circ$
$\hat{D} = 90^\circ$	$\hat{D}' = 90^\circ$
$\hat{E} = 90^\circ$	$\hat{E}' = 90^\circ$
$\hat{F} = 90^\circ$	$\hat{F}' = 90^\circ$

- 5 Compare os ângulos correspondentes das figuras. Registre sua conclusão.

Os ângulos são os mesmos, pois os quadrados são formados por 4 ângulos retos.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Material necessário:

- uma régua para cada grupo.

Continue explorando as figuras 1 e 2. Discuta o que acontece com os lados da figura 1 em relação aos lados da figura 2. Deixe os grupos discutirem e verifique se percebem que houve uma redução na razão de $2/1$. Depois passe para as medidas dos ângulos. Peça para que usem o transferidor e façam as medidas dos ângulos internos das figuras 1 e 2. Depois verifique se percebem que as medidas dos ângulos correspondentes são iguais e de 90° . Por último, discuta que as formas das figuras

1 e 2 não se modificam, apenas seu tamanho. Problematize com um contraexemplo com ângulos de medidas diferentes e faça com que os estudantes percebam que a forma da figura sofre alteração se as medidas dos ângulos forem diferentes de uma figura para outra, mesmo que sejam proporcionais. Finalize apresentando a definição de polígonos semelhantes: Polígonos semelhantes são aqueles que têm lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes.

86

MATEMÁTICA

- 5 Analise as imagens das figuras 1 e 2 e as medidas de seus lados e de seus ângulos correspondentes. É possível afirmar que a figura 1 é uma ampliação da figura 2 (ou que a figura 2 é uma redução da figura 1)? Justifique. Não se esqueça: nesse caso elas devem ter a mesma forma.

Sim.

O pai de Luís explicou que usa muito, em sua gráfica, a redução e a ampliação de figuras. Disse que, quando reduzimos ou ampliamos uma figura em que as medidas dos ângulos correspondentes não são alteradas e as medidas dos lados correspondentes forem proporcionais, elas são semelhantes e a razão entre as medidas dos lados é chamada de razão de semelhança.

**FIQUE ATENTO**

Polígonos semelhantes são aqueles que têm lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes.

ATIVIDADE 2

- 1 O pai de Luís desafiou seu filho a verificar se os pares de polígonos eram semelhantes e a calcular a razão de semelhança em cada caso. Ajude Luís, identifique quais polígonos são semelhantes e indique a razão de semelhança:

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

ERRATA

O item 5 desta página deve ser considerado com o item 6 da Atividade 1.

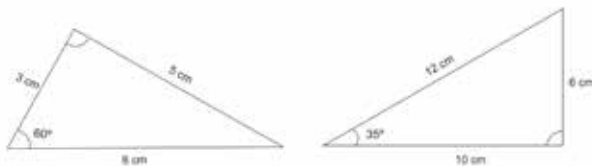
9º ANO

87

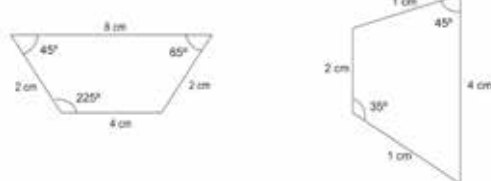
a)



b)



c)



a)

Sim, razão = 2,5

b)

Não são semelhantes

c)

Não são semelhantes

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Atividade 2

Retome a definição de polígonos semelhantes: são aqueles que têm lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes. Divida a classe em grupos e peça que analisem as medidas dos lados e dos ângulos internos dos polígonos desenha-

dos nos casos a, b e c. Depois, solicite que indiquem a razão de semelhança entre os lados dos polígonos. Socialize algumas resoluções e tire dúvidas. Faça uma síntese das características de polígonos semelhantes e de razão de semelhança.

88

MATEMÁTICA

- 2 Joca e Luís decidiram fazer uma surpresa para os colegas de sala. Eles escolheram uma foto da turma na forma de um retângulo medindo 10 cm de largura por 15 cm de comprimento para reduzi-la e, na gráfica do pai de Luís, para fazer um ímã de geladeira. O comprimento da foto será de 4,5 cm, qual será a largura?

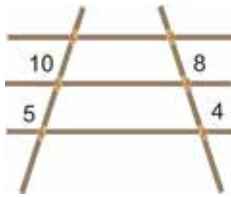
3,0 cm

ATIVIDADE 3

O pai de Luís tinha que fazer um pôster para uma firma de jardinagem, especializada em jardins verticais e construiu um novo suporte de modelo para o jardim.

Os "pallets" foram amarrados de forma a ficarem paralelos entre si e com as medidas indicadas, na imagem, em cm.

Para que o jardim se fixasse, deveria haver uma relação entre as medidas.



$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$$

Ilustração: Juliana A. Pereira

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Divida a classe em grupos para a resolução dos problemas. Peça que resolvam o item 2 e verifique se percebem que a largura da foto será 3,0 cm. Discuta os procedimentos, formalize a ideia de que essas fotos são semelhantes e identifique a razão de semelhança nesse caso.

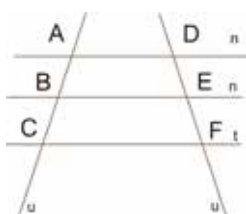


TOME NOTA

O pai de Luís explicou que é possível desenhar esse suporte, pois ele é formado por um conjunto de retas paralelas cortadas por duas retas transversais e as medidas dos segmentos de reta, formados pelas transversais, são proporcionais. Disse, ainda, que essa relação vale para várias retas paralelas cortadas por transversais, chamadas de feixe de retas paralelas.

ATIVIDADE 4

O pai de Luís fez o desenho e mostrou aos jovens:



Retas transversais como u e v

Os segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ são proporcionais, se a igualdade $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$ for verdadeira.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

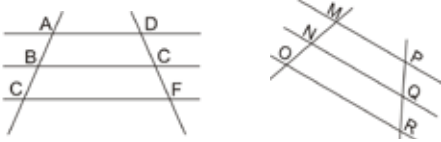
Atividade 4

Esta atividade discute razão de proporcionalidade entre feixes de paralelas cortados por transversais. Discuta o texto e explore as figuras. Depois, peça que os estudantes resolvam o item 1, medindo os segmentos indicados e verificando as razões de proporcionalidade.

90

MATEMÁTICA

- 1 Joca e Luís gostaram do que descobriram e construíram feixes de retas paralelas cortadas por transversais:



Mediram os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ para verificar se havia a relação de proporcionalidade.



RODA DE CONVERSA

Pegue sua régua, meça os comprimentos dos segmentos e investigue se eles são proporcionais. Faça o mesmo com os segmentos $\overline{MN}$, $\overline{NO}$, $\overline{PQ}$ e $\overline{QR}$.

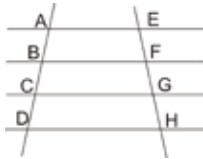
Joca foi à casa de Luís e conversaram sobre tudo que tinham descoberto a respeito de proporcionalidade e feixe de retas paralelas. Luís queria saber mais, utilizou a internet para pesquisar sobre uso e encontrou o Teorema de Tales.



LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA

Para saber sobre vida e obra de Tales, utilize, se possível, os computadores da Sala de Informática.

Joca e Luís resolveram investigar o Teorema de Tales na imagem que acharam na gráfica do pai de Luís para jardins verticais. Vamos ajudá-los?



Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Material necessário:

- uma régua para cada grupo.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – As pesquisas estatísticas de Luís e Joca

9º ANO

91

- 2 A proporção $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$ é uma das razões que podem ser obtidas a partir do Teorema de Tales. É possível estabelecer outras, além dessa? Investigue e explique o que pensou.

$$\frac{BC}{CD} = \frac{FG}{GH}$$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

As pesquisas estatísticas de Luís e Joca

Nesta sequência, você terá a oportunidade de conhecer e calcular as medidas de tendência central que facilitam na análise de dados estatísticos e, além disso, vai participar de um projeto, relacionando mudanças climáticas com a Matemática.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M16) investigar condições para que os polígonos sejam semelhantes e expressá-las e explorar o Teorema de Tales para solucionar problemas.

Esta atividade envolve o Teorema de Tales. Discuta com os estudantes o que diz esse teorema e, se possível, leve-os ao Laboratório de Informática para pesquisar mais sobre o assunto, buscando alguns exemplos de aplicação.

92

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 1

Joca e Luís tinham interesse em realizar uma pesquisa para saber quanto tempo cada estudante utiliza as redes sociais diariamente.

Após a pesquisa, construíram um gráfico de colunas para mostrar o resultado.



Imagem adaptada do Autor

- 1 Depois de organizarem os dados no gráfico, Joca calculou a média (em horas) de uso de redes sociais por dia, fazendo $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ e dividindo 10 pelo total de estudantes: 370. Determine o valor encontrado por Joca. Ele fez o cálculo da média de horas de uso de redes sociais corretamente? Justifique.

Joca encontrou a média de 0,027. O cálculo da média aritmética precisa considerar a quantidade de estudantes que usa as redes sociais em cada um dos intervalos de horas.

Atividade 1

A atividade 1 envolve o cálculo da média aritmética simples. Explore, coletivamente, o gráfico e faça a leitura perguntando quantos estudantes usam as redes sociais por uma hora diariamente, por 2, etc. Questione os estudantes sobre como fariam para calcular a média de horas, analisando os procedimentos de cálculo da média. Problematicize a si-

tuação para que eles percebam que o número de estudantes que usam as redes sociais, em cada uma das quantidades de horas, influencia no cálculo da média. Comente que essa é uma medida de tendência central, mas que existem outras 2 medidas de tendência central muito usadas nas pesquisas estatísticas.

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M19) Obter valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

ATIVIDADE 2

Luís lembrou que a média aritmética é uma medida de tendência central e falou para Joca que, neste caso, para calcular a média das horas de uso de redes sociais por dia, é preciso somar todas as horas indicadas pelos estudantes, considerando as repetições, e dividir pelo número total de estudantes.

- 1 Luís fez o cálculo da média aritmética segundo o procedimento descrito acima. Faça isso também e compare o resultado com o de Joca.

$$\begin{array}{r} (50 \cdot 1) + (120 \cdot 2) + (160 \cdot 3) + (40 \cdot 4) = \\ \quad \quad \quad 370 \\ 50 + 240 + 480 + 160 = \\ \quad \quad \quad 370 \\ \hline 930 = 2,5 \\ 370 \end{array}$$

**TOME NOTA**

Joca foi pesquisar mais sobre o assunto e descobriu que existem outras duas medidas de tendência central, as quais auxiliam a estudar os dados de pesquisas: a **moda** e a **mediana**. A moda é o valor que aparece com maior frequência no conjunto de dados. A mediana é o termo central do conjunto de dados já ordenados, em ordem crescente ou decrescente. Se o número de termos for ímpar, a mediana corresponde ao termo que ocupa a posição central da distribuição. Se for par, a mediana é a média aritmética dos dois termos centrais.

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M19) Obter valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Atividade 2

Peça que refaçam o cálculo da média, agora com as ponderações e analisem os dois resultados, tirando uma conclusão. Depois, comente que existem outras duas medidas de tendência central que auxiliam a estudar os dados de pesquisas: a moda e a mediana. A moda é o valor que aparece com maior fre-

quência. A mediana é o valor que divide ao meio o conjunto de dados ordenados, em ordem crescente ou decrescente. Se o número de termos for ímpar, a mediana corresponde ao termo que ocupa a posição central da distribuição. Se for par, a mediana é a média aritmética dos valores correspondentes aos dois termos centrais.

94

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

- 1 Joca percebeu que o valor referente ao número de horas de uso de redes sociais, que aparece com mais frequência em sua pesquisa, é 3. Esse número representa a moda ou a mediana? Justifique.

Moda. A Moda, de um conjunto de dados com elementos repetidos, é o valor que ocorre com maior frequência ou o valor mais comum em um conjunto de dados.

- 2 Em seguida, Joca determinou a mediana da pesquisa que realizaram. Eram 370 respostas, logo, um número par. Portanto, era preciso determinar a média dos dois termos centrais. Ajude-o a calcular a mediana.

A mediana será 3, pois os dois termos centrais são o número 3.

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M19) Obter valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Atividade 3

Para realizar esta atividade, os estudantes precisam retomar o gráfico apresentado na página 92. A maior coluna, que indica o uso das redes sociais por 3 horas diárias, mostra o valor que aparece com mais frequência, ou seja, a moda.

O item 2 pede para que os estudantes calculem a mediana de todas as respostas. Registrar todas as respostas em ordem crescente não é viável nessa situação, portanto, os estudantes precisam encontrar os termos centrais (posição 185 e 186 da sequência numérica) e, assim, encontrar quais são os valores presentes nesses termos. Em ambos o termo é o valor de 3 horas, o que nos dá uma mediana de 3.

9º ANO

95

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1

Determinar as raízes de equações do tipo $ax^2 = b$

- a) $x^2 = 16$
- b) $2x^2 = 18$
- c) $3x^2 = 12$
- d) $y^2 = 36$
- e) $t^2 = 81$
- f) $4t^2 = 400$
- g) $6x^2 = 24$
- h) $5y^2 = 25$
- i) $7y^2 = 21$
- j) $3y^2 = 9$

CM 2

Determinar as raízes de equações do tipo $ax^2 + bx = 0$:

- a) $x^2 + 3x = 0$
- b) $x^2 - 4x = 0$
- c) $y^2 - 2y = 0$
- d) $y^2 - 5y = 0$
- e) $t^2 + 2t = 0$
- f) $4t^2 + 20t = 0$
- g) $2y^2 - 12y = 0$
- h) $3x^2 + 6x = 0$
- i) $5m^2 - 10m = 0$
- j) $4m^2 + 16m = 0$

CM 3

Determinar o quociente entre números racionais representados na forma decimal:

- a) $1,2 : 0,5$
- b) $1,5 : 0,5$
- c) $1,8 : 0,5$
- d) $3,2 : 0,5$
- e) $8,4 : 0,5$
- f) $10 : 0,5$
- g) $12 : 0,5$
- h) $15 : 0,5$
- i) $32 : 0,5$
- j) $100 : 0,5$

CM 4

Colocar na forma de fração:

- a) $12/3 = 4/x$
- b) $4/7 = 8/x$
- c) $5/6 = 20/x$
- d) $y/3 = 21/9$
- e) $y/6 = 24/18$
- f) $10/t = 50/35$
- g) $t/5 = 12/4$
- h) $3/2 = t/8$
- i) $12/27 = x/9$

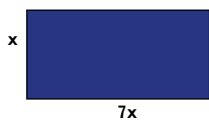
As atividades de Cálculo Mental propostas são sugestões para que os professores. Elas podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com as necessidades de aprendizagens da turma.

96

MATEMÁTICA

HORA DA RETOMADA

- 1 Um terreno, no formato retangular, tem suas dimensões indicadas na figura abaixo.



Sabendo que a sua área equivale a 28 m^2 , determine as dimensões do terreno.

2 m e 14 m

- 2 Determine as raízes da equação $x^2 + 10x = -16$.

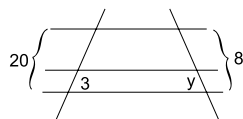
-2, -8

Nesta parte os estudantes vão resolver individualmente as propostas. Verifique qual é o objetivo reativo a cada uma delas. Observe se os estudantes atingiram ou não o objetivo, suas fragilidades e faça uma retomada do que for preciso.

9º ANO

97

- 3 Determine o valor de y :



$$\frac{24}{20} = 1,2$$

- 4 Joca estava organizando os dados da pesquisa sobre uso de sites escolares e observou que 25 pessoas acessam uma vez por semana; 20 pessoas acessam 2 vezes por semana; e 10 pessoas acessam 3 vezes, ou mais, por semana. Qual é a moda dessa situação? Justifique sua resposta.

2 vezes por semana, pois o termo central encontra-se no intervalo em que 20 pessoas acessam 2 vezes por semana.

Nesta parte os estudantes vão resolver individualmente as propostas. Verifique qual é o objetivo reativo a cada uma delas. Observe se os estudantes atingiram ou não o objetivo, suas fragilidades e faça uma retomada do que for preciso.

UNIDADE 4

Na sequência 1 da Unidade 4, os estudantes irão aprofundar seus conhecimentos sobre os procedimentos de cálculo com números irracionais envolvendo adição, subtração e multiplicação. Na adição de $x + y$, em que pelo menos um desses números for irracional, o seu resultado será sempre um irracional (exceto se $x = -y$). Exemplo: $\pi + 2 = 5,141592\dots$. Na subtração de $x - y$, em que pelos menos um desses for um número irracional, o seu resultado também será um número irracional (exceto se $x = y$). Na multiplicação, se um dos fatores for um número irracional, o produto será também um número irracional (exceto se um dos fatores for zero, ou se ocorrer a repetição de uma mesma raiz em que o índice da raiz seja o mesmo). Na sequência 2, serão apresentadas diferentes situações em que os estudantes tenham que resolver problemas envolvendo equações polinomiais de 2º grau, utilizando diferentes procedimentos como a fatoração, cálculo mental e a fórmula atribuída a Bhaskara. Os problemas que envolviam as equações de 2º grau, surgiram a aproximadamente 4000 anos, encontrados em placas de argila na Mesopotâmia e em papiros no Egito. Um matemático indiano chamado Al-Khwarizmi, que viveu no século IX, utilizou procedimentos geométricos para encontrar a solução para a equação de 2º grau. Sabemos também que ele não foi o único, muitos matemáticos contribuíram para formulação de uma solução geral

para equação quadrática ou de 2º grau. Mas foi com François Viète que, ao introduzir as escritas algébricas padronizadas, proporcionou o avanço para as soluções algébricas dessa equação, visto que, antes disso, ela era resolvida utilizando-se palavras ou procedimentos geométricos. E, finalizando esta sequência, os estudantes irão resolver problemas aplicando a fórmula de Bhaskara. Na sequência 3, o trabalho será com frações algébricas, que são formadas por quocientes polinomiais, apresentados sob a forma de fração, cujo denominador apresenta um ou mais incógnita. Os estudantes utilizarão os conhecimentos que possuem sobre as operações com números racionais, representados na forma fracionária, e os conhecimentos que possuem, também, sobre a fatoração e produtos notáveis. Na sequência 4, os estudantes irão realizar cálculos envolvendo o cálculo de área total de cubos, blocos retangulares e pirâmides e, também, o cálculo do comprimento de uma circunferência. Cabe lembrar que o cálculo da área total de uma figura geométrica espacial será feito pelo cálculo da área da base, adicionado ao cálculo da área lateral das figuras que o compõem. Nesse sentido a área total pode ser escrita por $A_t = A_b + A_L$. Para o cálculo do comprimento de uma circunferência é preciso conhecer a medida do raio r . A partir do conhecimento do raio da circunferência r , o cálculo será dado pelo dobro do produto do raio por π (número irracional)

que se traduz na seguinte fórmula: $C = 2 \pi r$. Na atividade 4 da sequência 4, a ideia é ajudar os estudantes na elaboração do seu TCA (Trabalho Colaborativo de Autoria). Como ainda estão na metade do ano, os estudantes terão a possibilidade de discutir o caminho que irão trilhar. A intenção é que eles possam organizar um cronograma para a elaboração do TCA de maneira que você, professor, possa acompanhar cada etapa para o desenvolvimento do projeto: escolha do tema, justificativa, formulação do problema, das perguntas que nortearão o desenvolvimento. A escolha de uma metodologia que possibilite ter uma visão das etapas do projeto, um cronograma de execução, perguntas norteadoras, levantamento de hipótese. Ainda, identificar as etapas do projeto, os recursos necessários para a sua execução de maneira que permita a análise dos dados coletados e com as respectivas conclusões.



Para saber mais sobre o ensino e aprendizagem da área de círculo e comprimento de uma circunferência leia capítulo III da dissertação “Uma proposta para o ensino e aprendizagem dos conceitos de área de Círculo e Perímetro de Circunferência. In Dissertação de Mestrado pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2012. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10916/1/Gilberto%20Peireira%20Paulo.pdf>

UNIDADE 4

Nesta Unidade, você vai acompanhar os amigos Lu e Alê que fazem planos para o futuro, pensando no ensino médio e nas possíveis escolhas profissionais. Alê pretende ser paisagista, como o pai de Lu, mas Lu quer ser decorador. Os dois amigos pensam, inclusive, em trabalhar juntos. Eles agendam horários na casa de um deles para fazer as lições de casa e estudar para as avaliações. Vamos acompanhar os dois amigos nas suas tarefas escolares e nos interesses profissionais!



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.
- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Procedimentos importantes:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para realizar a atividade, antecipando dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução.

9º ANO

99

**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M27) Solucionar problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos, retângulos e pirâmides.
- (EF09M33) Solucionar problemas que envolvam o cálculo da medida de comprimento de uma circunferência.

Eixos Articuladores

- PROCESSOS MATEMÁTICOS
- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa, usando o método científico que possa subsidiar o TCA.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Os interesses por cálculos

100

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Os interesses por cálculos

Em uma pesquisa sobre profissões, Alê se interessou em saber, um pouco mais, sobre a profissão de paisagista. Conversou com o pai de Lu e descobriu que esses profissionais fazem uso de números e operam com eles em alguns cálculos, por exemplo, quando precisam demarcar áreas para jardinagem ou espaços especiais com formatos geométricos não usuais ou irregulares. O pai de Lu aproveitou o interesse e propôs algumas figuras para os amigos explorarem.



Ilustração: Ana Rita da Costa

ATIVIDADE 1

Alê observou uma figura, desenhada pelo pai de Lu, em malha quadriculada, e ficou pensando se era possível calcular a medida do contorno (perímetro) dos 2 quadrados, A e B, que compõem a figura, se cada quadradinho tem área u^2 e o lado tem a medida u .

- 1 Observe a figura e pense sobre os cálculos que Alê quer fazer....

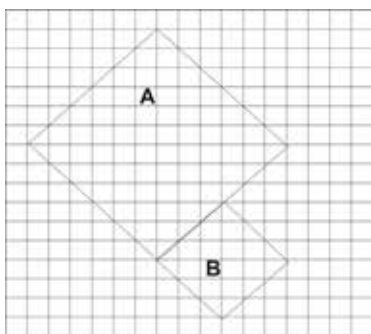


Ilustração: Juliana A. Pereira

Atividade 1

Divida a classe em grupos e explore o item 1. Verifique se percebem qual é a medida do lado do quadrado maior e do quadrado menor, apresentados no esquema, considerando que o lado do quadradinho tem uma unidade de comprimento (u). Verifique se percebem que os lados do quadrado maior e do quadrado menor são formados pelas diagonais dos quadradinhos, e que, se os lados dos quadradinhos medem u , então suas diagonais

medirão $u \cdot \sqrt{2}$, que é um número irracional. Dessa forma, o lado A do quadrado maior e o lado B do quadrado menor são números irracionais. Se considerarmos u com o valor de 1 unidade, o lado do quadrado maior será de $6\sqrt{2}$ e o menor, $3\sqrt{2}$.

Problematize a situação para que calculem a medida de A e de B. Comente que já viram que $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ é diferente de $\sqrt{a+b}$. Verifique se chegam à conclusão de que o lado A mede $6u\sqrt{2}$.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

A medida do lado do quadrado A desse terreno é um número racional ou irracional? E a do lado do quadrado B? Justifique.

A medida dos lados dos dois quadrados é um número irracional, correspondem, respectivamente, a 6 vezes a medida $\sqrt{2}$, que resulta em $6\sqrt{2}$; e a $3\sqrt{2}$, por raciocínio análogo. Os estudantes também podem chegar a essa conclusão a partir da área, pois a área do quadrado maior é igual a 72 cm^2 e a do menor é igual a 18 cm^2 . Obs.: a área do quadrado pode ser calculada de vários modos: pela fórmula da área de um losango (metade do produto das diagonais) ou pela área do triângulo (dois triângulos idênticos, sendo a área igual à metade do produto da base pela altura).

O pai de Lu disse que se fosse adicionar as medidas dos lados do quadrado A e do quadrado B, teria de operar com números irracionais. Os dois amigos ficaram intrigados para saber como adicionar dois números irracionais.



FIQUE ATENTO

Lu e Alê sabiam que $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ era diferente de $\sqrt{a+b}$, adicionaram as medidas do lado do quadrado A e, depois, verificaram com a calculadora se tinham feito corretamente. Decidiram, primeiro, calcular a medida do lado do quadrado A. Fizeram cálculos e obtiveram $6\sqrt{2}$.

- 2 Discuta como os amigos procederam para chegar a esse resultado.

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

102

MATEMÁTICA

- 3 Como eram 4 lados com $6\sqrt{2}$ de medida, fizeram o seguinte cálculo: $6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$. Discuta como os amigos procederam para chegar a esse resultado, utilizando a calculadora. Justifique.

Os estudantes podem calcular $6\sqrt{2}$ e multiplicar por 4 e comparar com o resultado de $24\sqrt{2}$ para perceberem que obterão o mesmo valor.

- 4 Agora, calcule a medida do lado do quadrado B.

O correto é $3\sqrt{2}$ unidades.

- 5 Calcule a medida do perímetro da figura B, utilizando o mesmo procedimento dos dois amigos. Verifique se procedeu corretamente, fazendo um cálculo aproximado e depois utilizando a calculadora.

Os estudantes podem multiplicar $3\sqrt{2} \cdot 4$ totalizando $12\sqrt{2}$.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Divida a classe em grupos e distribua uma calculadora para cada grupo. Depois peça que confirmem a soma feita no caderno de $6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ (no caso do item 2, considerando o quadrado maior) e verifiquem qual é o resultado dessa soma usando calculadora. Discuta os

resultados. Peça que os grupos façam o mesmo procedimento para calcular a medida do lado B e depois adicionem esses valores para calcular o perímetro desse quadrado. Depois verifique a resposta aproximada usando calculadora.

9º ANO

103

ATIVIDADE 2

O pai de Lu desafiou os amigos para calcular o contorno de figuras geométricas que compõem o Tangram, antigo jogo chinês que é composto por 7 figuras que, juntas, formam um quadrado. Pediu que observassem o desenho. O lado desse quadrado mede 6 cm e, cada parte colorida do desenho, tem um contorno demarcado por uma linha branca. Os dois amigos ficaram intrigados com a proposta do pai de Lu e fizeram algumas tentativas para resolver a situação.



Ilustração: Ana Rêta da Costa



Os dois amigos resolveram calcular os perímetros de cada figura. Ajude-os nesses cálculos.

- 1 Calcule o perímetro dos triângulos vermelho, amarelo, azul, rosa e roxo, do quadrado verde e do paralelogramo preto.

Triângulo vermelho e amarelo – perímetro é $6 + 6\sqrt{2}$,
do triângulo rosa e lilás – perímetro é $3 + 6\sqrt{2}$,
do quadrado verde – perímetro é $12\sqrt{2}$ e
do paralelogramo cinza, perímetro é $6 + 3\sqrt{2}$.

Atividade 2

Explore oralmente e coletivamente o Tangram e as equivalências das áreas das figuras que o compõem. Comente que se o lado do quadrado mede 6 cm, seu perímetro será 24 cm e sua área será de 36 cm^2 . Dessa forma fica fácil verificar as áreas

dos triângulos vermelho e amarelo ($1/4$ da área do quadrado) e dos triângulos rosa e lilás ($1/4$ do triângulo vermelho). Divida a classe em grupos e explore os lados das figuras e seus perímetros. Verifique se percebem que só é possível adicionar radicais iguais.

Eixo Estruturante**NÚMEROS**

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

ATIVIDADE 3

Observe como os amigos determinaram os perímetros do triângulo vermelho e do quadrado verde:

Triângulo vermelho: $6 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6 + 6\sqrt{2} = 6 \cdot (1 + \sqrt{2})$

Quadrado verde: $4 \cdot \frac{3}{2}\sqrt{2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

- 1 Agora utilize esses conhecimentos e resolva as situações a seguir. Depois, verifique se o resultado está correto, utilizando uma calculadora:

a) $2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{10} + 5\sqrt{10} - 3\sqrt{10}$

$3\sqrt{10}$

c) $4\sqrt{5} - 5\sqrt{3} - \sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \sqrt{7}$

$3\sqrt{5} - 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

Eixo Estruturante**NÚMEROS**

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Atividade 3

Discuta as regras para adicionar radicais. Depois divida a classe em grupos e peça que resolvam as operações indicadas. Faça as correções e tire as dúvidas.

9º ANO

105

ATIVIDADE 4

O pai de Lu fez outra proposta. Ele disse que precisava calcular a área de um retângulo e desenhou um esboço com as dimensões de cada lado.



- 1 Lu disse que ele utilizaria a calculadora para encontrar os valores aproximados das medidas dos lados. Aproximou os valores, considerando duas casas decimais e multiplicou-os. Qual foi o valor que ele encontrou?

$$14,14 \cdot 13,42 = 189,76$$

Em seguida, ele pensou em outra estratégia e fez assim:

- Primeiro, multiplicou os radicandos: $200 \cdot 180 = 36\,000$
- Em seguida, calculou a raiz do resultado: $\sqrt{36\,000} = 189,74$ aproximadamente

- 2 Ele encontrou o mesmo valor?

Sim, os valores encontrados foram muito próximos.

Eixo Estruturante**NÚMEROS**

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

Atividade 4

A primeira parte desta atividade discute multiplicação de radicais. Divida a classe em grupos e discuta os dois procedimentos, um que multiplica os números que estão sob os radicais e depois extrai a raiz quadrada da resposta e outro que calcula a

raiz aproximada de cada fator e depois multiplica. É interessante que os estudantes percebam que as duas maneiras estão corretas e que os resultados são equivalentes.

106

MATEMÁTICA

- 3 Repita as estratégias utilizadas por Lu e verifique os resultados das operações a seguir. Compare os resultados encontrados.

a) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{8} \text{ e } \sqrt{8} \cdot 15$	b) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{36} \text{ e } \sqrt{25} \cdot 36$
10,95	30
Podemos observar que a raiz do produto é igual os produtos das raízes.	

Lu ficou muito curioso para verificar se as estratégias que utilizou valeriam para qualquer multiplicação de radicais e pesquisou. Descobriu que:

- Quando os radicais possuem o mesmo índice pode-se multiplicar os radicandos e, depois, extrair a raiz.

$$\sqrt{a} \cdot b = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Ele se perguntou se essa regra valeria também para a divisão. Pesquisou novamente e descobriu que sim:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

- 4 Agora, vamos colocar em prática o que você aprendeu e resolver as seguintes operações:

a) $3 \sqrt{5} \cdot 2 \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} =$	b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{7} =$
32,86	11,83

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

A primeira parte desta atividade discute multiplicação de radicais. Divida a classe em grupos e discuta os dois procedimentos, um que multiplica os números que estão sob os radicais e depois extrai a raiz quadrada da resposta e outro que calcula a raiz aproximada de cada fator e depois multiplica. É interessante que os estudantes percebam que as duas maneiras estão corretas e que os resultados são equivalentes.

Errata

No item 3, as representações corretas são:

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{15} \text{ e } \sqrt{8 \cdot 15}$

b) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{36} \text{ e } \sqrt{25 \cdot 36}$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Um matemático do século IX e a utilização de suas descobertas na escola

9º ANO

107

c) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{100} =$

60

d) $\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{144}} =$

0,92

e) $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{169}} = 1,23$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Um matemático do século IX e a utilização de suas descobertas na escola

Ainda aproveitando o interesse dos amigos pelas profissões, o pai de Lu resolveu explorar alguns cálculos que os engenheiros civis precisam fazer quando pensam em construção de imóveis, utilizando a maior área possível e gastando o mínimo possível de matéria prima. Eles fazem várias simulações com cálculos de áreas de quadrados e de retângulos. Para isso, esses profissionais utilizam expressões algébricas com o objetivo de generalizar situações. Como as construções envolvem áreas, muitas vezes, os engenheiros se utilizam de equações do segundo grau. Com isso, precisam resolvê-las e discutir o significado dos resultados encontrados nas situações propostas. Vamos ver algumas delas?

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M05) Construir procedimentos de cálculo com números irracionais e usar a tecnologia digital para realizar cálculos por aproximações aos números racionais.

108

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 1

Um engenheiro tinha que construir um salão retangular para eventos com área de 256 m^2 . O espaço era muito comprido e, para aproveitá-lo, o engenheiro determinou que o lado maior seria o quádruplo da medida do lado menor. Ele fez um esboço do desenho do salão e escreveu uma equação do 2º grau que representa sua área.



- 1) Escreva uma equação que represente a área do salão.

$$4x^2 = 256$$

- 2) Analise a equação encontrada e responda:

- a) Essa equação encontrada representa uma equação do 2º grau? Justifique sua resposta. Quais são os coeficientes? Lembre-se: c é o termo independente e a e b são os números que acompanham x^2 e x , respectivamente.

Sim, pois o polinômio tem grau 2 com coeficiente $a = 4$ e $c = -256$

- b) Qual estratégia você poderia usar para encontrar as dimensões desse salão? Justifique a sua escolha.

Dividir 256 por 4 depois encontrar a raiz quadrada 64, obtendo 8 unidades de medida de comprimento.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Atividade 1

Esta sequência trabalha com a resolução de equações completas do 2º grau. Explore a leitura do texto e discuta os termos menos conhecidos pelos estudantes. Peça para que expliquem o que foi lido

e que apresentem a equação que representa a área do salão. Discuta a escrita algébrica. Comente que é uma equação do 2º grau incompleta porque não tem todos os termos.

3 Considere a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$ e verifique se:

- a) () -3 é solução dessa equação.
- b) (X) 2 é solução dessa equação.
- c) () 1 é solução dessa equação.
- d) (X) 3 é solução dessa equação.

Justifique sua resposta.

2 e 3 serão as soluções desta equação, pois torna a igualdade verdadeira.

ATIVIDADE 2

Lu observou que algumas equações do segundo grau eram um quadrado perfeito, mas outras não. Quando elas eram trinômio quadrado perfeito, para resolvê-las bastava fatorar, mas quando não eram, ele não sabia como deveria proceder.

Sempre que ele via uma equação do segundo grau, primeiro, verificava se era um quadrado perfeito.



1 Verifique quais equações a seguir, representam um trinômio quadrado perfeito.

- a) (X) $x^2 + 2x + 1 = 0$
- b) () $4x^2 + 8x + 3 = 0$
- c) () $9x^2 + 6x + 4 = 0$
- d) () $x^2 + x + 1 = 0$
- e) () $x^2 - 6x + 5 = 0$

Atividade 2

A ideia dessa atividade é a identificação de quadrados perfeitos e a discussão de resolução de uma equação do 2º grau quando esta não for um quadrado perfeito. Divida a classe em grupos e proponha

que resolvam o item 1. Faça a correção, verifique as justificativas e tire as dúvidas. Depois comente sobre a possibilidade de transformar uma expressão do 2º grau em trinômio quadrado perfeito para que possa ser decomposto, propiciando a resolução da equação do 2º grau.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

110

MATEMÁTICA

Justifique sua resposta.

A única equação que é um trinômio quadrado perfeito é a que se encontra no item A. Pois é a única que podemos fatorar.

- 2 Lu começou a pensar que, se transformasse o primeiro membro de uma equação do segundo grau em um quadrado perfeito, poderia resolvê-la. Você concorda com isso? Justifique.

Sim, resposta pessoal.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Ele resolveu tentar e pesquisou na internet. Descobriu que esse método foi desenvolvido pelo árabe Al-Khwarizmi, no século IX.

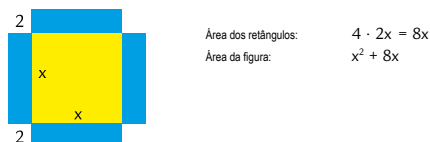
Abu Abdullah Mohammed ben Musa Al-Khwarizmi foi um matemático que se utilizou de meios geométricos para encontrar as raízes de uma equação do 2º grau. Em sua resolução, procurava traçar uma figura cuja área representasse o 1º membro da equação e, depois, completava a figura com o intuito de formar um outro quadrado.

Com essa informação, Lu pegou a equação $x^2 + 8x = 48$ e seguiu as orientações para obter a resolução. Vamos acompanhar!

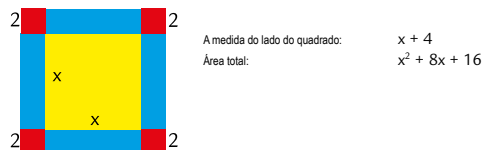
- x^2 era interpretado como a área de um quadrado de lado x .



- $8x$ era interpretado como a área de quatro retângulos com área igual a $2x$ cada um, disposto em volta do quadrado.



A figura anterior era completada com quatro quadradinhos de lados, com medida 2, para formar um novo quadrado, aumentando a área em $4 \cdot 2^2$



Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Discuta o texto e amplie o conhecimento dos estudantes com outras informações. Peça que explorem as figuras e problematize situações para descobertas dos lados dos quadrados. Veja se os estudantes conseguem identificar porque a área de cada retân-

gulo é $2 \cdot x$, totalizando 4 retângulos, cada um com área de $4 \cdot 2 \cdot x = 8 \cdot x$. Faça as mesmas perguntas para o último ponto, peça que identifiquem os quadrados menores de lado 2 e justifiquem porque a área de cada um desses quadradinhos é 4.

O valor de x era, então, calculado pela área do quadrado de lado com medida $x + 4$. Ele fez:

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16 \quad (\text{pela equação inicial, temos que } x^2 + 8x = 48)$$

$$(x + 4)^2 = 48 + 16$$

$$(x + 4)^2 = 64$$

$$\sqrt{(x + 4)^2} = \sqrt{64}$$

$$x + 4 = 8$$

$$x = 4$$

- 3 Assim, Al-Khwarizmi concluía que 4 era uma solução real da equação $x^2 + 8x = 48$. Mas será que essa é a única solução dessa equação? Justifique sua resposta.

A solução não está completa, pois nessa equação de 2º grau temos duas raízes, e falta a outra raiz: $x = -12$.

Depois, Lu pegou uma nova equação para resolver. Veja sua resolução e verifique se, mesmo sem a representação geométrica, a equação foi resolvida corretamente.

$$25x^2 + 40x - 65 = 0$$

$$25x^2 + 40x = 65$$

$$25x^2 + 40x + 16 = 65 + 16$$

$$25x^2 + 40x + 16 = 81$$

$$(5x + 4)^2 = 81$$

$$5x + 4 = -\sqrt{81} \quad \begin{cases} 5x + 4 = +9, \text{ temos } x = 1 \\ 5x + 4 = -9, \text{ temos } x = -\frac{13}{5} \end{cases}$$

Lu descobriu que as raízes da equação são 1 e $-\frac{13}{5}$.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Na página 112, explore a resolução da equação. Faça perguntas que ajudem a compreensão do texto e das figuras. Destaque o método de completar quadrados para resolução de equações do 2º grau.

9º ANO

113

- 4 Resolva, pelo método de completar quadrados, as equações que não são um trinômio quadrado perfeito, do item 1 dessa atividade:

Equações:

$$4x^2 + 8x + 3 = 0 \text{ Solução} = -1/2 \text{ e } -3/2$$

$$9x^2 + 6x + 4 = 0 \text{ Solução} = \text{Sem solução em } \mathbb{R}$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ Sem solução em } \mathbb{R}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ Solução} = 5 \text{ e } 1$$

ATIVIDADE 3

Um engenheiro tinha de reservar uma área de 30 m² em formato de retângulo, para fazer uma horta comunitária. O terreno tinha o formato do desenho abaixo.

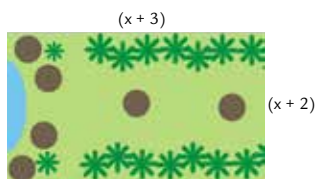


Ilustração: Cassiana Paula Coimbra

Para resolver essas equações pelo método de completar quadrados, o estudante precisa construir, por partes, um quadrado. Não há um modo único de construir o quadrado, dependendo do caso. Essa construção se dá com o agrupamento de cada termo da equação, principalmente os termos não independentes (que possuem letra). Um passo importante é isolar, na equação fornecida, o termo independente. Ex: para a equação do item b) temos: $4x^2 + 8x = -3$. Assim, quando essa expressão aparecer na representação algébrica da área do quadrado, ela será substituída por -3 . O segundo passo é a construção do quadrado. Nesse caso, o estudante pode agrupar 4 quadrados de lados x formando um quadrado de lados $2x$, depois pode acrescentar 2 retângulos em cada lado desse quadrado, de modo que seu lado (do novo quadrado) seja $2x + 2$. Sobrará um quadradinho no canto, de lados 2, que completamos para fechar o quadrado.

Assim, partindo dessa imagem, somando cada figura que compõe o quadrado maior, tem-se:

$$(2x + 2)^2 = 4x^2 + 8x + 4 = -3 + 4 = -1.$$

Assim, $(2x + 2)^2 = 1$, portanto, $2x + 2 = 1$ ou $2x + 2 = -1$, o que nos dá duas raízes: $x = -1/2$ e $x = -3/2$. No item c, por exemplo, o quadrado construído pode ser de lados $3x + 1$, ou seja, primeiro agrupa-se 9 quadrados de lados x , formando um quadrado maior $3x$ por $3x$. Depois, para distribuir os $6x$, coloca 3 barras ladeando o quadrado, na base e na altura, por exemplo, deixando um quadradinho no canto que deverá ser considerado para completar o quadrado. Algebricamente, teremos: da equação principal: $9x^2 + 6x = -4$ (isolamos o termo independente). Depois, partindo do quadrado construído: $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$. Substituindo $9x^2 + 6x$ por -4 : $(3x + 1)^2 = -4 + 1 = -3$. Não é possível ter um quadrado igual a -3 , em $\mathbb{R}$, então essa equação não tem soluções reais.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

114

MATEMÁTICA

- 1 Qual é a equação que pode representar a área da horta?

$$(x + 3) \cdot (x + 2) = 30 \text{ ou } x^2 + 5x - 24 = 0$$

- 2 Essa equação representa um trinômio quadrado perfeito? Justifique sua resposta.

Não, pois os dois fatores do trinômio são diferentes.

Lu e seu amigo, Alê, tentaram resolver a equação, mas não conseguiram transformar em um quadrado perfeito. O pai de Lu se lembrou de seus tempos de escola e disse que é possível descobrir as raízes de qualquer equação do 2º grau, usando a chamada Fórmula de Bhaskara.

$(x + 3) \text{ m}$



$(x + 2) \text{ m}$

O pai de Lu disse que essa fórmula é curiosa, pois utiliza apenas os coeficientes da equação para encontrar as raízes. Observe a resolução que ele apresentou para encontrar as dimensões da horta.

$$(x + 2) \cdot (x + 3) = 30$$

$$x^2 + 5x + 6 = 30$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 5$$

$$c = -24$$

} Identificou os coeficientes da equação (a e b)
e o termo independente (c)

Agora, aplicou a fórmula resolvente da equação do 2º grau, onde $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Atividade 3

Divida a classe em duplas e discuta qual é a equação decorrente da área do terreno retangular, se essa equação é do 1º ou 2º grau, se é completa ou incompleta, etc. Depois dessa discussão, proponha que façam os itens 1 e 2. Passe para uma leitura da

atividade 3 e vá explicando as dúvidas e ampliando os conhecimentos da turma. Explore o exemplo de uso da fórmula de Bhaskara e explique como essa fórmula é usada. Depois, ainda em duplas, peça que resolvam as equações propostas usando a fórmula estudada. Depois corrija as 2 equações do item 3, tire as dúvidas e proponha outras se for o caso.

9º ANO

115

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$x = \frac{-5 + 11}{2} = 3$$

$$x = \frac{-5 - 11}{2} = -8$$

Alê observou que, nesse caso, consideramos apenas a raiz $x = 3$, pois x representa as dimensões da horta e não é possível ter medidas negativas de lados de um terreno. Depois, calculou as dimensões do terreno: 6 m e 5 m.

3 Resolva as equações, utilizando a fórmula de Bhaskara:

a) $9x^2 + 6x + 4 = 0$

Não existe solução em R.

b) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 = 0$

Solução única e igual a -3.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Divida a classe em duplas e discuta qual é a equação decorrente da área do terreno retangular, se essa equação é do 1º ou 2º grau, se é completa ou incompleta, etc. Depois dessa discussão proponha que façam os itens 1 e 2. Passe para uma leitura da atividade 3 e vá explicando as dúvidas e ampliando os co-

nhecimentos da turma. Explore o exemplo de uso da fórmula de Bhaskara e explique como essa fórmula é usada. Depois, ainda em duplas peça que resolvam as equações propostas usando a fórmula estudada. Depois corrija as 2 equações do item 3, tire as dúvidas e proponha outras se for o caso.

116

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

Agora, é a sua vez de aplicar seus conhecimentos sobre equações do 2º grau!

- 1 Um fazendeiro tem uma plantação de arroz em um terreno no formato quadrado. Para ampliar sua plantação, ele resolveu aumentar esse espaço em 3 metros no comprimento e 2 metros na largura. Dessa forma, a área do plantio passará de 169 m² para 240 m².

- a) Represente, geometricamente, a área da plantação antes e depois de ser aumentada.

Desenho de um quadrado 13 x 13, e de um retângulo 16 x 15. O retângulo tem dimensões 13 + 3 (no comprimento), e 13 + 2 (na largura).

- b) Determine as dimensões da área do plantio original e após a ampliação.

Plantio original: 13 x 13 m = 169 m²
Após a ampliação: 15 x 16 m = 240 m²

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M10) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau, discutindo o significado das soluções, incluindo a fatoração e o cálculo mental quando possível.

Atividade 4

Ainda em duplas, os estudantes vão resolver os problemas da página 116. Comente que vão fazer as representações geométricas e também resolver as equações. No item a) é solicitado o desenho do terreno antes e depois da ampliação. No item b) pode chegar as dimensões do terreno utilizando simplesmente o conceito de área, ou recorrendo as equações do 2º grau que representam cada área:

$$x^2 - 169 = 0 \text{ e } x^2 + 5x - 234 = 0$$

Discuta os textos dos problemas e depois peça para que cada dupla resolva. Discuta os procedimentos e verifique os resultados.

Por último, cada integrante do grupo vai propor ao colega um problema que envolve uma equação do 2º grau. Depois trocam os papéis e cada um resolve o problema proposto pelo colega.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – As frações algébricas

9º ANO

117

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

As frações algébricas

Nesta sequência, você vai estudar como operar com frações algébricas. Para isso, vamos utilizar conhecimentos sobre operações com frações e os processos de fatoração de expressões e produtos notáveis que você aprendeu no oitavo ano.

A dupla Alê e Lu fez algumas descobertas sobre essas expressões. Vamos acompanhá-los?

ATIVIDADE 1

Lu e Alê combinaram de se encontrar depois da escola para tentar resolver a questão proposta pelo professor de Matemática. Vamos acompanhá-los nas descobertas.

Veja como Alê simplificou a fração algébrica a seguir:

$$\frac{12 \cdot a^2 \cdot b \cdot c}{20 \cdot a \cdot b^2 \cdot c} = \frac{6 \cdot a^2 \cdot b \cdot c}{10 \cdot a \cdot b^2 \cdot c} = \frac{3 \cdot a^2 \cdot b \cdot c}{5 \cdot a \cdot b^2 \cdot c}$$

Assim que viu a solução, Lu falou que Alê não tinha simplificado a parte literal, isto é, as letras da expressão.

- 1 Agora, mostre como você faria para terminar a simplificação da fração algébrica.

$$a) \frac{3 \cdot a^2 \cdot b \cdot c}{5 \cdot a \cdot b^2 \cdot c} = \frac{3a}{5b}$$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Atividade 1

Antes de realizar as atividades propostas na Sequência de Atividades 3, faça um levantamento do conhecimento prévio dos estudantes sobre números racionais na forma fracionária: como fazem a leitura das frações, quais significados atribuem aos numeradores e denominadores.

Em seguida, oriente os estudantes a ler o texto introdutório da página 117 e, depois, converse com eles

sobre o modo como Alê simplificou a fração algébrica. Auxilie-os a entender que o procedimento utilizado por ele é análogo ao modo como as frações numéricas são simplificadas.

Enquanto eles resolvem o item 1, circule pela classe, registre os erros cometidos e, faça as intervenções necessárias e, no momento da correção, torne-os objetos de reflexão dos estudantes, sem expor os respectivos autores.

118

MATEMÁTICA

- 2 Depois, eles passaram a simplificar as frações algébricas que envolviam casos de fatoração. Simplifique:

a) $\frac{4x + 8y}{10} = \frac{2x + 4y}{5}$

b) $\frac{10x^2y - 5xy}{40xy^2} = \frac{2x - 1}{8y}$

Lu encontrou uma fração e resolveu simplificá-la. Observe como ele fez:

$$\frac{4x - 4y}{7x + 3} = \frac{4\cancel{x} - 6\cancel{y}}{7\cancel{x} + 3\cancel{y}} = \frac{-2}{10} = \frac{1}{5}$$

- 3 Você concorda com a simplificação feita por Lu? Justifique.

Não, pois há uma adição dos termos.

- 4 Refaça a simplificação do item 3.

Não é possível simplificar.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Na página 118 há contraexemplos. É apresentada uma fração em que há uma operação algébrica no numerador e no denominador e a fração foi simplificada. O erro cometido pela personagem é muito comum. Aproveite-o para apresentar os

erros cometidos pelos estudantes nos itens 1 e 2 e, ao final, incentive os estudantes a elaborar um conjunto de dicas que auxiliem na simplificação correta de frações algébricas.

9º ANO

119

5 Agora, simplifique as frações algébricas:

$$a) \frac{9 + 6s + x^2}{30 + 10s} = \frac{3 + s}{10}$$

$$b) \frac{10ax - 5a + 10xy - 5y}{30x - 15} = \frac{a + y}{3}$$

ATIVIDADE 2

1 Alê achou muito legal o que aprendeu sobre simplificar frações algébricas. Ele decidiu resolver um exercício que viu em um site de Matemática. Observe as anotações dele:

Calcule o valor da soma $\frac{7}{4a^2} + \frac{6b}{4a^2}$.

Se fossem $\frac{7}{4} + \frac{6}{4}$ seriam $\frac{13}{4}$, mas é diferente.

então, $\frac{7}{4a^2} + \frac{6b}{4a^2} = \frac{7+6b}{4a^2}$

E como seria $\frac{3a}{b-1} + \frac{a}{b-1} = ?$



Você concorda? Justifique e responda à pergunta de Alê.

$$\frac{4a}{b-1}$$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Utilize o item 5 para avaliar se as dificuldades relativas à simplificação de frações algébricas observadas nos itens anteriores foram superadas. Se for preciso, proponha outras frações algébricas para serem simplificadas.

Atividade 2

A atividade 2 envolve adições e subtrações de frações algébricas. Organize uma conversa em torno do modo como Alê resolveu a adição. Problematize: quais são as diferenças e as semelhanças entre o modo como as frações algébricas e as frações numéricas são adicionadas. Pergunte também por que

o procedimento encontrado por Alex também serve para determinar o resultado da adição. Espera-se dos estudantes a percepção de que os denominadores das frações algébricas são iguais. Neste caso, basta adicionar os numeradores.

ERRATA

No item 5a, a incógnita x deve ser substituída por s , para que seja possível realizar a simplificação.

120

MATEMÁTICA



TOME NOTA

Lu comentou com seu amigo, Alê, que **para somar frações algébricas precisamos reduzi-las ao mesmo denominador e, depois, efetuar a soma, sendo que algumas vezes, para obter frações algébricas equivalentes, precisamos utilizar conhecimentos de fatoração e propriedades das potenciações.**

- 2 Observe, o que Alê fez para operar com as frações algébricas a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{6a+36}{a^2-36} + \frac{a}{a-6} &= \frac{6a+36}{(a+6) \cdot (a-6)} + \frac{a}{a-6} = \frac{6a+36+a \cdot (a+6)}{(a+6) \cdot (a-6)} = \\ &= \frac{6a+36+a^2+6a}{(a+6) \cdot (a-6)} = \frac{(a+6)^2}{(a+6) \cdot (a-6)} = \frac{a+6}{a-6} \end{aligned}$$

Você conhece outro modo de simplificar esta fração? Utilize-se do espaço a seguir e, depois, investigue. O que você observou em relação à resposta de Alê?

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.



Utilize o item 2 para auxiliar os estudantes a compreender a adição e a subtração de frações algébricas de denominadores diferentes. Se for preciso, retome os significados de frações equivalentes, de fatoração e de propriedades das potenciações.

9º ANO

121

3 Agora, faça as operações a seguir.

a) $\frac{5}{x} - \frac{3}{x-1} =$

$$\frac{2x-5}{x(x-1)}$$

b) $\frac{2x^2-5y^2}{x^2-y^2} + \frac{8x}{x-y} - \frac{5y}{x+y} =$

$$\frac{10x^2+3xy}{x^2-y^2}$$

ATIVIDADE 3

Lu e Alê vão multiplicar e dividir frações algébricas.

- 1 Será que, na multiplicação e na divisão, o cálculo com frações algébricas é feito da mesma forma que se faz com as frações numéricas? Investigue e justifique com exemplos.

Resposta pessoal.

Resposta esperada: sim.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Acompanhe os estudantes enquanto resolvem o item 3. Verifique se eles estão operando com os números e com as letras corretamente. Se for preciso, retome procedimentos para operar com monômios e binômios e para determinar o mínimo múltiplo comum de expressões algébricas.

Atividade 3

No item 1, você pode solicitar aos estudantes exemplos de multiplicações e divisões de frações algébricas e, a partir desses, verificar se, nestas operações também são aplicáveis os mesmos procedimentos adotados nas multiplicações e divisões de números racionais representados na forma fracionária.

122

MATEMÁTICA

- 2 Quando estava calculando o produto das frações, Lu não simplificou totalmente. Analise o que Lu fez e refaça o cálculo.

$$\frac{21c - 3c^2}{d^2} \cdot \frac{5d^3}{49 - 14c + c^2} =$$

$$= \frac{3c \cdot (7 - c)}{d^2} \cdot \frac{5d^3}{(7 - c)^2} = \frac{15cd^2}{7d^2 - cd^2}$$

$$\frac{15cd}{7 - c}$$

- 3 Calcule o quociente:

a) $\frac{9 + 9b}{a^2} : \frac{8 + 8b}{6a} = \frac{27}{4a}$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

Incentive os estudantes a analisar como Lu procedeu para determinar o produto e se localizam os enganos cometidos por ela. Aproveite o item 2 para verificar se os estudantes compreenderam que, na multiplicação de frações algébricas são utilizados os mesmos procedimentos de cálculos que determinam resultados de multiplicações e divisões de frações numéricas.

Você pode proceder de modo parecido em relação ao item 3, isto é, resolva-o incorretamente e solicite dos estudantes a localização dos erros, as possíveis causas e o que pode ser feito para corrigi-los. Aproveite também para conversar com os estudantes sobre as dúvidas relativas à obtenção de quocientes de divisões com frações algébricas.

9º ANO

123

ATIVIDADE 4

- 1 E as potenciações com fração algébrica? Para calcular, devemos fazer o mesmo quando procedemos com frações numéricas? Investigue e calcule a potenciação:

$$\left(\frac{a-2b}{3c}\right)^2 = \frac{a^2-4ab+4b^2}{9c^2}$$

- 2 Resolva as operações e ligue cada uma ao resultado correspondente.

Produção dos estudantes.

$$\frac{25a^4}{m^3} \cdot \frac{3m^5}{15a^7}$$

$$\frac{3}{x+2}$$

$$\frac{ax+2a+5x+10}{7a+35} : \frac{x^2+4x}{21}$$

$$\frac{a^2+6a+9}{a^6}$$

$$\left(\frac{a+3}{a^3}\right)^2$$

$$\frac{8a+2}{3m-5}$$

Ilustração: Jussara A. Pereira

Atividade 4

É provável que, a esta altura, os estudantes já tenham percebido que as frações algébricas se comportam do mesmo modo que as frações numéricas. É importante que essa ideia fique bem clara para eles. Nesse sentido, você pode mostrar que toda fração algébrica se transforma em fração numérica quando atribuímos valores às variáveis representadas pelas letras.

Se o item 1 da atividade 4 não for suficiente para os estudantes perceberem a similaridade entre potenciações com números racionais e potências com frações algébricas, busque mais exemplos em livros didáticos ou em outras referências.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M11) Construir procedimentos de cálculo para operar com frações algébricas, estabelecendo analogias com procedimentos numéricos.

O item 2 pode ser utilizado para verificar se os estudantes se apropriaram dos procedimentos para calcular potenciações de frações algébricas e, também, retomar e ampliar o conhecimento deles sobre as condições para manipular expressões algébricas.

Observe se eles percebem que nem toda expressão tem um resultado correspondente. Após esta percepção, incentive-os a refazer o item, de modo a estabelecer uma relação entre as expressões do lado esquerdo e as do lado direito.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Os arquitetos e os cálculos de áreas e comprimentos

124

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

Os arquitetos e os cálculos de áreas e comprimentos

Nesta sequência, você vai acompanhar os interesses dos amigos Alê e Lu por arquitetura e decoração de interiores, além de descobrir a importância da Matemática para essas profissões. Vamos começar!

ATIVIDADE 1

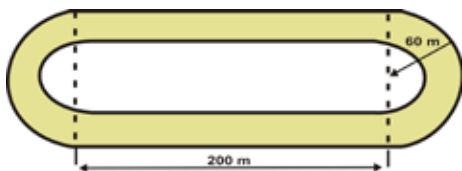
Um decorador de ambientes tinha a incumbência de decorar toda a área externa de um condomínio. Preocupado com a segurança e o bem estar, precisava colocar uma tela de proteção em volta da cama elástica na área de lazer.



- 1 O diâmetro da cama elástica era de 4,3 metros. Quantos metros de rede, no mínimo, seria necessário comprar?

13,50 m

- 2 A pista de atletismo do condomínio tem duas partes retilíneas e as outras duas são formadas por meia circunferência, conforme a figura. Quantos metros, aproximadamente, tem a pista?



Atividade 1

Antes de iniciar as atividades da Sequência de Atividades 4, converse com os estudantes sobre os significados das palavras perímetro e periferia. O que possuem em comum e quais são as relações entre elas.

Em seguida, retome com eles o cálculo do comprimento de circunferências. Os estudantes podem pesquisar no próprio Caderno, em livros didáticos ou em outro material impresso disponível na escola. Outra possibilidade é a de, juntamente com o professor do Laboratório de Informática, planejar uma pesquisa na internet, com a garantia de que os sites consultados por eles são confiáveis.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M27) Solucionar problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos, retângulos e pirâmides.
- (EF09M33) Solucionar problemas que envolvam o cálculo da medida de comprimento de uma circunferência.

Orientar os estudantes, tanto no item 1, quanto no 2, a analisar os dois problemas, com a finalidade de saber o que é dado e o que se deseja determinar. Incentivar também a elaborar um plano de resolução, colocá-lo em prática e, depois, verificar se, de fato, solucionam os problemas.

Antes de corrigir os dois itens coletivamente, peça aos estudantes que chegaram a respostas diferentes para formarem duplas, definirem qual solução é a correta, ou se ambas devem ser revistas e compartilharem o trabalho realizado no momento de correção.

9º ANO

125

776,80 m

ATIVIDADE 2

- 1 Nesse condomínio, o decorador precisa indicar um local para uma pista de bicicletas e um estacionamento para bikes de aro 20 ou de aro 26. Você sabe o que significa a expressão aro 20 ou 26? Explique.

Resposta pessoal.

- 2 O decorador sabia que a bike de aro 20 tinha a pedalada mais curta, pois o número 20 representa o raio da roda da bike em polegadas, sendo que cada polegada corresponde a 2,54 cm. Qual é o comprimento percorrido quando o pneu de uma bike de aro 20 dá uma volta completa?

319 cm ou 3,19 m aproximadamente.

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M33) Solucionar problemas que envolvam o cálculo da medida de comprimento de uma circunferência.

Atividade 2

Divida a classe em grupos e discuta alguns elementos desta atividade, como, por exemplo, o significado de aro da bicicleta. O aro 20, por exemplo, indica uma pedalada mais curta do que o aro 24, pois o 20 representa o raio do aro da bike, em polegadas. Também é bom discutir que cada polegada corresponde a aproximadamente 2,54 cm.

Com essas informações, divida a classe em grupos e peça que leiam os 3 problemas um a um e os re-

solvam. Socialize as resoluções, inclusive as incorretas, sem expor os respectivos autores, tornando-as objetos de reflexão dos estudantes. Para tanto, no momento da correção das situações, problematize os procedimentos, fazendo perguntas ou tecendo comentários que auxilie os autores a organizar melhor os próprios pensamentos e, os demais, a aprender e a ampliar os respectivos repertórios de resolução de problemas.

126

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

- 1 A área de lazer desse condomínio inclui uma brinquedoteca. O decorador indicou a compra de 10 bancos em formato de cubo, de 45 cm de aresta, revestidos de tecido para serem colocados na brinquedoteca. Qual é a quantidade mínima de tecido que deverá ser utilizada em cada face do banco?

2 025 cm²

- 2 No total, para revestir todo o banco, inclusive o fundo, quanto deverá ser utilizado de tecido, no mínimo? Se for necessário, faça a planificação do cubo.

12 150 cm²**Atividade 3**

A atividade 3 envolve volume de um cubo e área de superfície de cubos e blocos retangulares. Discuta a diferença que os contextos proporcionam para calcular o volume ou a área de superfície. Depois divida a classe em grupos e peça que resolvam os problemas propostos. Socialize as resoluções e discuta com a classe as mais interessantes.

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

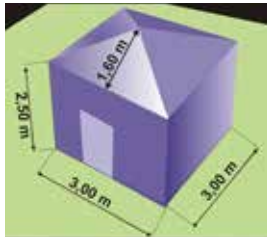
- (EF09M27) Solucionar problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos, retângulos e pirâmides.

Explore os problemas dos itens 1 e 2: se as respostas forem dadas em cm², peça para indicarem-nas em m². Pergunte quantos m² serão necessários para revestir os 10 bancos em formato de cubo e incentive os estudantes a pesquisar, próximo à escola, se há empresas prestadoras deste tipo de serviço e, quanto elas cobram.

9º ANO

127

- 3 Como a área de lazer do condomínio era bem grande, o decorador sugeriu a colocação de uma tenda coberta, como a da figura, para não expor alimentos ao sol.



- a) Faça um esboço das faces da tenda em duas figuras: uma da pirâmide do topo e outra das faces laterais. Faça o esboço, desconsiderando a porta.

Construção do estudante.

- b) Quantos m^2 de lona são necessários para fazer a tenda?

39,60 m^2

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M27) Solucionar problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos, retângulos e pirâmides.

Considere no planejamento de sua aula, um tempo para os estudantes mostrarem os esboços uns aos outros e para refazerem o que não representa a forma da tenda. Se for preciso, ofereça exemplos de moldes de outros tipos de figuras, de tal modo que os estudantes sejam nutridos de conhecimentos que lhes permitam fazer indicações do que precisa refazer ou completar e o que eles consideram que já está bom.

ATIVIDADE 4

Você já pensou em qual assunto tem interesse para realizar o **TCA** (Trabalho Colaborativo de Autoria)? Conhece as etapas para a realização de um projeto de pesquisa?

Essa atividade lhe ajudará a pensar sobre o TCA e como utilizar um método científico para facilitar a pesquisa.

O método científico é um conjunto de procedimentos que auxilia na elaboração e execução de um projeto, ou seja, consiste em cumprir um conjunto de ações para compreender melhor o problema e encontrar uma “solução”.

Vamos conhecer as etapas para a elaboração do projeto!



RODA DE CONVERSA

Leia cada uma das etapas para elaboração de um projeto de pesquisa e discuta, oralmente, as características de cada uma delas.

- 1) **A escolha do tema:** a primeira etapa é a escolha do tema. Para fins de exemplo, vamos utilizar o tema “Gravidez na adolescência”.
- 2) **Justificativa:** a escolha do tema deve partir da área de interesse do grupo e ser apresentada por meio de argumentos que justifiquem a importância de pesquisar sobre ele. Por exemplo: pesquisas apontam que uma das causas da evasão escolar está relacionada à gravidez na adolescência. Diante disso, busca-se investigar, na comunidade, se essa realidade é inerente somente às meninas ou aos meninos também.
- 3) **Levantamento de hipótese:** é quando fazemos uma suposição inicial e precisamos comprovar ou descartar essa suposição. No caso do nosso tema, precisamos saber se a pesquisa condiz com a realidade da nossa comunidade escolar e os possíveis motivos por que esse fato ocorre. Responder, por meio dos nossos conhecimentos prévios essa pergunta, é levantar hipóteses.
- 4) **Revisão da literatura:** nesta etapa, vocês devem pesquisar o que já foi estudado sobre o assunto em livros, revistas e sites para que haja uma melhor compreensão do problema. Essa pesquisa auxiliará na fundamentação teórica da sua pesquisa. É importante o grupo citar todas as fontes consultadas, seguindo algumas regras da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas). Nesta etapa, apresentar dados de pesquisa de órgãos confiáveis que discutam essa problemática.

Atividade 4

A atividade 4 envolve a organização do TCA. Faça uma leitura coletiva e vá explicando cada item do projeto de pesquisa. Incentive os estudantes a socializar as respectivas dúvidas, para que você possa esclarecê-las. Pergunte também se o texto lhes ajuda a organizar não somente o TCA, mas outras pesquisas que, por ventura, poderão realizar dentro, ou fora da escola.



Para saber mais sobre o TCA consulte as publicações : Planos de Navegação do Autor versões do aluno e do professor. Disponíveis em: <http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Publicacoes-Diversas--2016-a-2013>. Acesso em 07.05.2019.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M27) Solucionar problemas que incluam o cálculo da área total de cubos, paralelepípedos, retângulos e pirâmides.

- 5) **Formulação do problema:** dentro do tema, é importante delimitar alguns assuntos que pretendem investigar. Por exemplo, as principais questões da gestação na adolescência, as dificuldades emocionais e financeiras para ser mãe e pai na adolescência, as dificuldades e preocupações que fazem os adolescentes que são pais abandonarem os estudos, etc.
- 6) **Identificar os objetivos:** definir quais objetivos pretendem alcançar, tais como: identificar o índice de adolescentes grávidas nos últimos anos na escola e em escolas públicas e privadas da região, identificar as estratégias que os adolescentes e suas famílias utilizaram para conduzir a gravidez; identificar mulheres adultas que foram adolescentes grávidas e verificar o que há de comum em seus relatos, descobrir os principais motivos da gravidez na adolescência, etc.
- 7) **Metodologia:** a pesquisa deve apresentar como o projeto será desenvolvido, etapa por etapa. Por exemplo: além da revisão bibliográfica, pretende-se fazer visitas a especialistas, pesquisar pessoas por meio de questionários e/ou entrevistas, consultar posto de saúde, entre outros.
- 8) **Cronograma:** é muito importante a delimitação das tarefas que cada membro da equipe deve fazer e prazos a serem seguidos.
- 9) **Recursos:** é necessário definir como será a realização da pesquisa, visitar bibliotecas, pesquisar na internet, elaborar um questionário e entrevistar profissionais de saúde membros da comunidade, levantar recursos de informática para elaborar o texto da pesquisa com dados da revisão de literatura e os dados coletados nas entrevistas.
- 10) **Apresentação e análise dos dados coletados:** os dados coletados podem ser apresentados por meio de tabelas e gráficos e o grupo deve estabelecer relações entre esses dados com as hipóteses formuladas.
- 11) **Conclusão:** a conclusão deve apresentar um fechamento de todo o trabalho. Ela responderá aos objetivos apresentados no início da pesquisa e a indicação, ou não, de soluções para o problema apresentado ou propostas para minimizar o problema. Nesta etapa, o grupo pode apresentar a conquista de novos conhecimentos com a realização do projeto.

Com esses elementos e discussões, você já está apto a pensar no seu TCA. Mãos à obra!

Eixo Estruturante

PROCESSOS MATEMÁTICOS

- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa, usando o método científico que possa subsidiar o TCA.

Em seguida peça que se organizem em pequenos grupos produtivos para que pensem na pesquisa que irão iniciar. O quadro desta página pode guiar o desenvolvimento do TCA. Vá discutindo com o professor suas dúvidas e as ideias para o projeto.

130

MATEMÁTICA

HORA DA RETOMADA

1 (SARESP) Efetuando as operações $(\sqrt{32} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$, obtemos o resultado:

- a) () 2
- b) () 8
- c) () 10
- d) (X) 14

2 Calcule a expressão algébrica e simplifique o máximo possível:

$$\left(\frac{m+10}{5} + \frac{5}{m} \right) : \frac{6m+30}{25} = \frac{5m+25}{6m}$$

3 Determine a medida do raio de uma praça circular que possui 100 m de comprimento (Use $\pi = 3,14$).

15,92 m

As atividades desta seção foram planejadas para serem realizadas individualmente. Verifique os objetivos usados em cada item e se os estudantes atingiram esses objetivos ou se há fragilidades. Faça retomadas e aprofunde o que já foi conquistado pelos estudantes.

9º ANO

131

- 4 Resolva a equação $27x^2 - 3x = 0$

 $\frac{0,1}{9}$

- 5 Resolva a equação: $9x^2 + 6x + 4 = 0$, em $\mathbb{R}$

Não existe solução em $\mathbb{R}$.

UNIDADE 5

Nesta Unidade, os estudantes irão aprofundar seus conhecimentos no eixo de números, álgebra, probabilidade e estatística e irão discutir e produzir um projeto relacionado a migração.

No eixo de números os estudantes ampliarão seus conhecimentos sobre os números reais, resolverão problemas que envolvem os significados desses números.

No eixo Álgebra, os estudantes irão analisar problemas que envolvem a variação entre duas grandezas. Também terão a oportunidade de analisar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus, utilizando diferentes métodos: o da adição e o da substituição.

Já no eixo Probabilidade e estatística, os estudantes analisarão e identificarão elementos que podem induzir a erros na leitura e interpretação de dados. Neste eixo, a partir da análise dos dados, os es-

tudantes irão e escolher o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas) para registro e divulgação desses dados. O material também faz indicação de uso de planilhas eletrônicas para apresentação do conjunto de dados selecionados. O uso de planilhas eletrônicas possibilita fazer diferentes tipos de gráficos rapidamente, permitindo um maior tempo para a sua análise, discutindo a sua adequação. Dentro desse percurso irão analisar algumas medidas de tendência central. Os estudantes ainda, desenvolverão um projeto envolvendo a migração de pessoas, relacionadas a mudanças climáticas, tendo a Matemática como um dos instrumentos de organização, reflexão e análise dos dados apresentados.

Na Unidade 5 também foram organizadas atividades que permitem o avanço com o cálculo mental, envolvendo as diferentes operações com números reais.

Na Hora da Retomada os estudantes poderão acompanhar sua aprendizagem observando o que efetivamente aprenderam sobre os temas matemáticos que foram discutidos na Unidade.



Para saber mais sobre a escolha adequada de um gráfico leia o texto Probabilidade e Estatística de Sonia Maria Barros Barbosa Correa. Disponível em <http://197.249.65.74:8080/biblioteca/bitstream/123456789/731/1/Livro%20de%20Probabilidade%20e%20Estat%C3%ADstica.pdf>. Acesso em: 20 agosto de 2018.

UNIDADE 5

Nesta Unidade, você irá operar com os números reais e retomar conceitos de variação de duas grandezas e irá relacionar sistemas de equações de 1º e 2º graus. Explorará a estatística na análise de elementos que podem induzir a erros na leitura de dados estatísticos, planejará uma pesquisa amostral envolvendo um problema de relevância social e construirá gráficos. Além disso, irá desenvolver um projeto de âmbito social com uso da Matemática, que desencadeará reflexões acerca do assunto.

Teremos a companhia dos amigos Pietro e Manuela, colegas de turma, e que toda tarde se reúnem para estudar.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M06) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas, compreendendo os diferentes significados das operações no campo dos reais.

ÁLGEBRA

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.
- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Alguns procedimentos preliminares:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para resolver a atividade, prevendo dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução.



PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, além de tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.
- (EF09M22) Analisar e identificar os elementos que podem induzir a erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Eixo Articulador

CONEXÕES EXTRAMATEMÁTICA

- (EF09M37) Desenvolver um projeto que envolva a migração e a fuga relacionadas às mudanças climáticas, relacionando-o com a Matemática.
- (EF07M39) Investigar algumas características do trabalho científico, em situações reais, como a identificação de um tema relevante de ser investigado e organizar questões de pesquisa sobre esse tema.

Procedimentos importantes antes de iniciar a Unidade:

- Leia e analise os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento relativos a cada sequência e relacione-os com os Objetos de Conhecimento;
- Planeje as atividades com antecedência e verifique se precisa usar algum tipo de material de apoio (calculadora, régua etc.) e disponibilize-os para os estudantes;
- Durante o planejamento, faça todas as atividades da sequência e antecipe possíveis dificuldades dos estudantes;
- Regularmente, faça o planejamento da rotina semanal, analisando a sequência de atividade que será desenvolvida.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Variação de grandezas no cotidiano

134

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Variação de grandezas no cotidiano

Nessa sequência faremos uma retomada dos seus conhecimentos sobre operações no campo dos números reais e variação de duas grandezas.

Pietro e Manuela iniciaram seus estudos e decidiram o que cada um iria planejar: uma atividade envolvendo operações com números reais e outra envolvendo variação de grandezas. Em seguida, trocariam a atividade para cada um resolver a do outro. Vamos conhecer essas atividades!

ATIVIDADE 1

- 1 Manuela queria trabalhar com números grandes e elaborou a atividade a partir de pesquisas na internet sobre mudanças climáticas e assuntos relacionados. Ela descobriu que, devido a mudanças no perfil das emissões de energia no Brasil, a redução das taxas de desmatamento entre 2005 e 2010 – de 2,03 bilhões de toneladas de CO_2 para 1,25 bilhão de toneladas – já teve efeitos positivos na redução das emissões de gases de efeito estufa (GEE). De acordo com esses dados, de quanto foi a redução de toneladas de CO_2 ?

0,78 bilhões de toneladas.

ATIVIDADE 2

Pietro, como gosta muito de futebol, lembrou-se de que assistiu a um episódio de um programa esportivo, que explicava a trajetória da bola depois de jogada. Nesse episódio, o conceito de aceleração foi explicado e Pietro escolheu esse assunto para propor uma atividade para sua colega.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M06) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas, compreendendo os diferentes significados das operações no campo dos reais.

Atividade 1

Antes de dar início a atividade, retome com os estudantes os conceitos envolvendo o conjunto dos números reais, verificando se eles reconhecem que esse conjunto é a junção dos conjuntos dos números racionais e irracionais.

Dê alguns exemplos de números que sejam racionais, outros que sejam irracionais e outros que não sejam reais como $\sqrt{-2}$. Peça que eles também deem exemplos de números racionais, irracionais e outros que não sejam reais.

9º ANO

135

Veja o comentário feito no programa:

A aceleração de um corpo depende da sua massa. Se dobrarmos a massa de um corpo e aplicarmos a mesma força, por exemplo, a aceleração produzida será dividida por 2, ou seja, $\frac{a}{2}$.



Fotôg

Ao ouvir essa explicação apresentada no programa, sobre força, que é um conceito da Física, Manuela e Pietro ficaram curiosos com o assunto e foram procurar o significado da palavra 'aceleração' no dicionário de Língua Portuguesa.

Aceleração: 1. Ação ou efeito de acelerar. 2. Rapidez na execução. 3. Pressa, precipitação. 4. Aumento progressivo da velocidade de um veículo automotor. 5. Fis. Taxa de variação da velocidade em um intervalo de tempo.

- 1 Quais seriam as grandezas envolvidas nessa situação, comentada no programa? Lembre-se de que grandeza é tudo o que pode ser medido ou contado.

Aceleração, massa.

- 2 Por que essas grandezas são classificadas como inversamente proporcionais? Como seria a aceleração se triplicássemos a massa?

São inversamente proporcionais porque à medida que uma grandeza aumenta a outra diminui na mesma proporção. A medida da aceleração seria dividida em 3 partes iguais, ou em outras palavras, diminuiria um terço.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Antes de iniciar a atividade, retome com os estudantes o significado de variação entre duas grandezas. Verifique se os estudantes se recordam o que são grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Incentive-os a ler o enunciado da atividade e registrar ao lado do texto, as respectivas dúvidas. Co-

letivamente, discuta o item 1. Espera-se que os estudantes identifiquem que as grandezas envolvidas nessa situação se referem a massa e aceleração e que, no item 2, verbalizem por que as duas grandezas, nesta situação, são inversamente proporcionais.

136

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

Vamos aproveitar a proposta de Pietro e Manuela e elaborar problemas para os colegas? Agrupe-se com um colega para elaborar as propostas a seguir e, depois que finalizarem, troquem com os colegas para resolverem.

- 1 Elabore um problema que envolva grandezas diretamente proporcionais.

Resposta pessoal: duas grandezas em que os quocientes entre valores correspondentes são constantes.

- 2 Elabore um problema que envolva grandezas inversamente proporcionais.

Resposta pessoal: duas grandezas em que os produtos entre valores correspondentes são constantes.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Atividade 3

Antes de realizar esta atividade, retome com os estudantes os conceitos de grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais. Se for preciso, incentive-os a fazer uma pesquisa na coleção de livros didáticos adotados pela escola, ou em sites da internet (antes vistos e analisados por você).

Depois, junto com eles, produza um texto cujo título pode ser: “Problemas envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais”. Problemas formulados, oriente a troca de cadernos entre os estudantes, para que um possa analisar e resolver o problema criado pelo parceiro de dupla.

Para a realização desta atividade, proponha que os estudantes trabalhem em dupla. Peça-lhes que os estudantes leiam os enunciados, e depois resolvam todos os itens dessa atividade. Proponha que os estudantes socializem os problemas elaborados, mas sem mencionar qual grandeza está envolvida. Os estudantes que deverão identificar as grandezas. É importante discutir os erros cometidos pelos estudantes, se for o caso, e fazer as intervenções necessárias.

Como atividade complementar, peça-lhes que elaborem problemas envolvendo números de ajudantes e horas diárias trabalhadas. Socialize os problemas e discuta-os com os estudantes.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Métodos de resolução de sistemas de equações

9º ANO

137

- 3 Elabore um problema que envolva grandezas não proporcionais.

Resposta pessoal: um problema envolvendo relações entre duas grandezas nas quais nem os quocientes e nem os produtos entre valores correspondentes são constantes.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Métodos de resolução de sistemas de equações

Nessa sequência, vamos resolver sistemas de equações de 1º e 2º graus. Para isso, será preciso aplicar seus conhecimentos de resolução de equações. Vamos lá!

ATIVIDADE 1

- 1 Depois de algumas tardes estudando, Manuela e Pietro combinaram de ir ao cinema com alguns amigos. Manuela convidou suas primas e Pietro, seu irmão e um amigo da escola. Chegando ao cinema, Manuela pagou R\$ 54,00 na compra de dois ingressos de estudantes de meia entrada e dois ingressos no valor inteiro. Pietro comprou duas meias entradas e um ingresso inteiro, e pagou R\$ 36,00.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M06) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas, compreendendo os diferentes significados das operações no campo dos reais.

Atividade 1

Acompanhe como os estudantes realizam a atividade e registre as estratégias mais interessantes, que devem ser compartilhadas, lembrando que, a estratégia denominada “tentativa e erro”, exige algum conhecimento das propriedades dos números, para que não seja baseada apenas na experimentação aleatória. Segundo Kieran (1992), estudantes que

adotam este método no início da aprendizagem da resolução de equações, têm mais desenvolvida a noção de equilíbrio entre o lado direito e o lado esquerdo da equação e do papel de equivalência que o sinal de igual desempenha.

138

MATEMÁTICA

- a) Escreva uma equação para representar a compra de Manuela e a de Pietro. Utilize x para a meia-entrada e y para inteira.

- Manuela $2x + 2y = 54$
- Pietro $2x + y = 36$

- b) Pela técnica de tentativa e erro, calcule o preço de cada tipo de ingresso do cinema.

$X = R\$ 9,00$, $Y = R\$ 18,00$



TO ME NOTA

Essas equações que você escreveu com duas incógnitas, formam um sistema de equações. Resolver um sistema de equações significa obter valores que satisfazem ambas as equações.

Nesse caso, temos duas equações do 1º grau com duas incógnitas, formando o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + y = 36 \end{cases}$$

Para encontrar a solução do sistema, ou seja, determinar quais são os valores de x e y que satisfazem ambas equações, há diferentes formas. Uma delas é pelo método de tentativa e erro. Nesse caso, basta atribuir os mesmos valores para x nas duas equações, bem como para y . Veja.

- Se o valor do ingresso for R\$ 20,00, a meia-entrada custa R\$ 10,00 e temos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \neq 54 \\ 2 \cdot 10 + 20 \neq 36 \end{cases}$$

Assim, $x = 20$ e $y = 10$ não é solução desse sistema.

- Se o valor do ingresso for R\$ 18,00, a meia-entrada custa R\$ 9,00 e temos:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 9 + 2 \cdot 18 = 54 \\ 2 \cdot 9 + 18 = 36 \end{cases}$$

Assim, $x = 18$ e $y = 9$ é solução desse sistema.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M06) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas, compreendendo os diferentes significados das operações no campo dos reais.



Retome os conceitos de sistemas de equações. Esclareça em que consiste o método de substituição. Combine que x representa meia entrada e y a entrada inteira. Discuta e socialize os resultados. Por fim, problematize o conteúdo da sessão **Tome Nota**: o que significa a palavra incógnita?; Por que se chama uma sistema de equações?; Como explicar para quem não está na sala, o sistema $2x + 2y = 54$ e $2x + y = 36$? Por que $x = 20$ e $y = 10$ não solucionam o problema e, por que $x = 18$ e $y = 9$ resolve o proble-

mas, Esclareça as dúvidas que porventura forem surgindo. Proponha o desafio: A soma de dois números é 15, sendo que um deles é o dobro do outro número. Quais são esses números?

ATIVIDADE 2

Quando chegaram do cinema, Manuela e Pietro resolveram alguns desafios envolvendo sistemas de equações de 1º grau.

Pietro gostou da proposta e logo apresentou um desafio para a Manuela.

Imagine que a soma das idades de duas primas seja 25 anos. A soma do dobro da idade da prima mais nova com a idade da mais velha é igual a 37 anos. Quais são as idades das primas?

Manuela não teve dúvidas de como ia resolver: optou pelo método da adição, mesmo sabendo que tem diferentes formas de resolver um sistema.

O método da adição consiste em fazer transformações algébricas com o objetivo de eliminar uma das incógnitas, obtendo, assim, uma equação do 1º grau com uma incógnita. Observe como Manuela resolveu. Montou o sistema de equações, chamou de a a idade da prima mais nova e de b a idade da prima mais velha.

$$\begin{cases} a + b = 25 \\ 2a + b = 37 \end{cases}$$

Multiplicou uma das duas equações por (-1) e reescreveu o sistema.

$$\begin{cases} -a - b = -25 \\ 2a + b = 37 \end{cases}$$

Adicionou membro a membro as duas equações:

$$\begin{cases} -a - b = -25 \\ 2a + b = 37 \\ \hline a = 12 \end{cases}$$

Encontrada a idade da prima mais nova, basta substituí-la em uma das equações:

$$\begin{aligned} a + b &= 25 \\ 12 + b &= 25 \\ b &= 25 - 12 \\ b &= 13 \end{aligned}$$

Atividade 2

Auxilie os estudantes a compreender o método da adição de resolução de sistemas de equações do 1º grau. Antes de iniciar a leitura, diga-lhes qual é o objetivo desta atividade: explicação do procedimento de resolução do sistema de equações do primeiro grau denominado “método da adição”. Oriente os estudantes a

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

ler o texto e anotar, na própria página, as aprendizagens e os aspectos que merecem retomadas.

Depois, utilize o sistema abaixo para retomar as dúvidas dos estudantes:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

140

MATEMÁTICA

- 1 Agora que você conheceu uma forma de resolver um sistema de equações do 1º grau, elabore um problema para cada sistema a seguir e resolva-o pelo método da adição.

a)
$$\begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + y = 36 \end{cases}$$

 $x = 9 \text{ e } y = 18$

b)
$$\begin{cases} x + y = 75 \\ x - y = 15 \end{cases}$$

 $x = 45 \text{ e } y = 30$

ATIVIDADE 3

Após recordarem o método da adição, os amigos continuaram os estudos e Manuela desafiou Pietro a resolver o mesmo problema das idades por outro método: o método da substituição.

A resolução por esse método consiste em isolar uma das incógnitas, obtendo-se uma equação do 1º grau com uma incógnita.

Acompanhe a resolução do Pietro.

Escolheu uma das equações para isolar uma incógnita.

$$\begin{cases} a + b = 25 \\ 2a + b = 37 \end{cases}$$

$$\rightarrow a = 25 - b$$

Atividade 2

Antes de propor a realização do item 1, produza um texto coletivo cujo título pode ser: “Dicas para elaborar um problema possível de ser resolvido por um sistema de equações do 1º grau” e, enquanto os estudantes, organizados em duplas ou em pequenos grupos, formulam os problemas, oriente-os, caso seja necessário, a retomar as dicas produzidas pela turma. Verifique também se os dois sistemas foram resolvidos corretamente pelo método da adição. Para isso, estimule-os a verificar a exatidão das respostas substituindo os valores encontrados nas respectivas equações. Observe também se a maneira como realizam os cálculos

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

impedem a resolução correta dos sistemas ou se é o método da adição que não foi bem compreendido pelos estudantes. Registre os erros cometidos e, sem expor os autores, transforme-os em objetos de análise e reflexão de todos os estudantes.

Atividade 3

Antes de orientar os estudantes a ler o texto da atividade 3, escreva na lousa “método da substituição” e pergunte do que se trata. Durante a leitura da explicação do método da substituição, problematize as informações como, por exemplo, o que aconteceu, entre uma escrita e outra, em $a + b = 25$ e $a = 25 - b$.

9º ANO

141

Substituiu o valor de **a** na segunda equação e resolveu.

$$\begin{aligned} 2 \cdot (25 - b) + b &= 37 \\ 50 - 2b + b &= 37 \\ -b &= -13 \quad (\text{multiplicou ambos os membros por } -1) \\ b &= 13 \end{aligned}$$

Substituiu o valor de **b** em uma das equações e determinou o valor da outra incógnita.

$$\begin{aligned} a + 13 &= 25 \\ a &= 25 - 13 \\ a &= 12 \end{aligned}$$

A prima mais nova tem 12 anos e a mais velha tem 13 anos.

- 1 Qual das resoluções você achou mais interessante para encontrar as incógnitas de um sistema de equação do 1º grau? Justifique sua resposta.

Resposta do estudante.

- 2 Resolva os sistemas do item 2 pelo método da substituição.

a) $\begin{cases} 2x + 2y = 54 \\ 2x + y = 36 \end{cases}$

$x = 9$ e $y = 18$

b) $\begin{cases} x + y = 75 \\ x - y = 15 \end{cases}$

$x = 45$ e $y = 30$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Atividade 3

No item 1, incentive os estudantes a se posicionar diante do método mais adequado para resolver sistemas de equações do 1º grau: adição, substituição ou

tentativa e erro. Se você julgar mais adequado, proponha a resolução dos dois sistemas pelo método da substituição e a comparação dos dois procedimentos utilizados na busca da solução dos mesmos sistemas.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Conhecendo as nacionalidades da escola

142

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

- 1 Vamos resolver outros sistemas de equações. Escolha o método que mais achar conveniente para resolvê-los.

a) $\begin{cases} 3a + 2b = 9 \\ 2a + 3b = 16 \end{cases}$ $a = -1$ e $b = 6$	b) $\begin{cases} a - b = 2 \\ 2a + b = 13 \end{cases}$ $a = 5$ e $b = 3$
--	--

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

Conhecendo as nacionalidades da escola

Nesta sequência, você irá analisar e identificar elementos que podem induzir a erros na leitura e interpretação de dados. Em seguida, utilizará seus conhecimentos de medidas de tendência central para fazer uma pesquisa amostral.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M22) Analisar e identificar os elementos que podem induzir a erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

Atividade 4

Para a realização da última atividade desta sequência, retome o método da adição e da substituição. Diga-lhes que deverão resolver os sistemas de equações utilizando o método que julgarem pertinente. Registre os resultados na lousa, de forma que socialize cada resolução com os dois métodos. Por fim, construa uma síntese coletiva com os métodos aprendidos ao longo desta sequência e, com as características das equações para que determinado sistema de equações seja resolvido pelo método da adição ou da substituição.

Sequência de Atividades 3 – Atividade 1

Após a leitura do texto “Nesta sequência, você irá.... para fazer uma pesquisa amostral”, oriente os estudantes a compartilhar quais termos demandam maiores explicações e registre-os na lousa. Pergunte quais são as hipóteses dos estudantes a respeito, anote-as também na lousa e informe-os de que estes termos, seguidos dos respectivos significados, serão retomados ao longo da Sequência de Atividades 3.

Comente que, na sequência 3, os estudantes irão aprofundar seus conhecimentos sobre a estatística. Peça que leiam a atividade 1 desta sequência e verifique se há dúvidas. A leitura pode provocar nos estudantes o desejo em saber se há imigrantes ou filhos de imigrantes na sala. Faça este levantamento e registre na lousa as informações coletadas da turma.

9º ANO

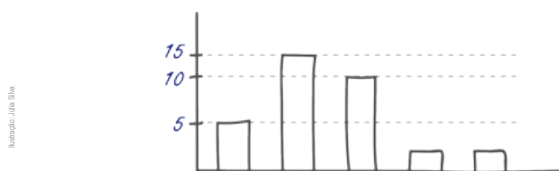
143

ATIVIDADE 1

- 1 Pietro e Manuela, em suas pesquisas para os estudos sobre estatística, encontraram notícias sobre imigrantes e ficaram curiosos em saber se na escola havia alunos estrangeiros. No dia 20 de agosto de 2017, pesquisaram 100 alunos da escola e 35 declararam ser estrangeiros ou filhos de estrangeiros. Para apresentar o resultado à classe, Pietro organizou os dados em uma tabela e em um gráfico de colunas. Observe.

Pesquisa sobre a origem dos estudantes estrangeiros ou filhos de estrangeiros	
Pais de origem	Quantidade de estudantes
Equador	4
Venezuela	15
Haiti	10
Colômbia	3
Outros países	3

Dados coletados no dia 20/08/2017 com 100 participantes.



Manuela observou que Pietro construiu a tabela com todos os elementos necessários para a leitura e interpretação dos dados, mas não construiu o gráfico corretamente.

No gráfico não há título, legenda ou informações nos eixos que informem o assunto pesquisado e, além disso, a escala do eixo Y, do gráfico, não está correta. Também não consta a data da pesquisa.

Manuela disse ao amigo que esses elementos são essenciais para o entendimento das informações representadas. Ressaltou que é preciso ter cuidado pois, por exemplo, usar uma escala inadequada pode induzir ao erro na leitura e portanto na compreensão das informações.

Sabendo disso, ajude o Pietro a construir um gráfico de colunas com todos os elementos necessários, favorecendo uma leitura correta da informação que está sendo transmitida.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M22) Analisar e identificar os elementos que podem induzir a erros de leitura, como escalas inadequadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

Material necessário:

- folha de papel quadriculado

Em seguida, retome com os estudantes algumas situações que exigem ou exigiam iam a organização e interpretação de dados. Pergunte se, em algum momento, eles já cometeram algum erro na interpretação de dados. E qual foi esse erro. Comente que, nesta atividade, eles identificarão tipos de atividades do eixo estruturante Probabilidade e Estatística que pode induzi-los a erros. Solicite que os estudantes leiam o enunciado da atividade 1, e que observem os dados numéricos dispostos na tabela. Depois, peça que observem atentamente o gráfico. Esclareça a importância dos elementos constituintes de um gráfico como: título, legenda ou informações que indicam de maneira clara o assunto pesquisado. É importante que os estudantes identifiquem que a escala no eixo Y está inadequada. Depois, peça-lhes que construam

um gráfico de colunas, de forma que favoreça a leitura assertiva do que está sendo transmitido. Promova a socialização das construções e, sem expor os autores, os erros cometidos, seguidos dos respectivos motivos e das intervenções correspondentes.. Para realização desta atividade pode ser necessária a utilização de folha de papel quadriculado.



Para saber mais sobre os objetos de estudo da Sequência de Atividades 3, você pode ler o texto “Estatística no Ensino Fundamental”, páginas 107 a 113 da publicação Orientações Didáticas do Currículo da Cidade - Matemática - Volume 2, disponível em <http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/50722.pdf>. Acesso em 15 abr. 2019.

144

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 2

Pietro e Manuela ficaram surpresos ao perceber como pequenos detalhes da representação gráfica podem induzir a erros e então resolveram pesquisar na internet sobre o assunto. Os amigos encontraram as duas notícias que seguem. Analise as situações e identifique os elementos que podem induzir a erros por causa do gráfico.

- 1 Uma pesquisa foi realizada em uma escola da Rede Municipal de Ensino para acompanhar o empréstimo de livros na sala de leitura, realizado no período de fevereiro do ano de 2017 até o fim do mês de julho do mesmo ano. Observe o gráfico de linhas:



Problema(s) no gráfico

Faltam indicações mais precisas no eixo onde estão representadas as quantidades de livros.

- 2 No jornal da cidade de São Paulo, foi apresentado um gráfico de barras horizontais comparando a coleta seletiva da cidade de São Paulo e da cidade de Osasco.



Problema(s) no gráfico

Faltam indicações relativas a quais barras representam os dados referentes à coleta seletiva da cidade de São Paulo e da cidade de Osasco.

Atividade 2

Comente com os estudantes que eles darão continuidade a atividade anterior. Peça-lhes que leiam o enunciado da atividade 2, e que observem atentamente o gráfico de linhas apresentado. Questione-os se eles sentem falta de algum dado, ou se é possível realizar a leitura e interpretação de forma correta. Verifique se os estudantes conseguem identificar, com facilidade, a informação sobre a quantidade de livros. Peça-lhes que os estudantes

observem o gráfico de barras horizontais. Verifique se os estudantes conseguem realizar a leitura. Pergunte-lhes se eles sentem falta de algum elemento. Em caso afirmativo, peça-lhes que indiquem. É importante averiguar se os estudantes reconhecem a ausência da legenda para os dados da cidade de São Paulo e Osasco.

Antes de propor a Atividade 3, oriente os estudantes a incluir informações nos dois gráficos, de tal modo que a leitura de ambos não induza a erros de interpretação ou ambiguidades.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M22) Analisar e identificar os elementos que podem induzir a erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

ATIVIDADE 3

Vamos colocar em prática seus conhecimentos de Estatística!

Na Unidade 2, você realizou uma pesquisa de relevância social, cujo tema foi escolhido pelo grupo. Você se lembra das etapas para realizar uma pesquisa?

Assim como ocorreu com Manuela e Pietro na pesquisa realizada, foi preciso definir o público alvo, elaborar questões abertas e fechadas, tabular as questões, construir gráficos e fazer um relatório com a análise dos dados, sugerindo reflexão e realização de ações acerca do assunto.

Agora você tem a oportunidade de realizar outra pesquisa e colocar em prática todo o conhecimento adquirido. Para isso, na coleta dos dados, você pode perguntar sobre idade, sexo e nível de escolaridade aos participantes da pesquisa.

Escolha a amostra da população da sua pesquisa e lembre-se de que, se ela for realizada na escola, com menores de idade, será preciso elaborar uma carta de autorização aos responsáveis para que esses estudantes possam participar da pesquisa.

O grupo de Manuela e Pietro escolheu o assunto: **Tempo de estudo fora da escola.**

Agrupe-se com 4 amigos para realizar a pesquisa. Vamos lá!

- 1 Escolha um assunto para a sua pesquisa. Justifique sua escolha.

Resposta pessoal.

- 2 Elabore as questões de pesquisa. Para facilitar a tabulação e análise dos dados, dê preferência a questões fechadas.

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, além de tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

Atividade 3

Para a realização da atividade 3, retome com os estudantes sobre o que foi explorado na Unidade 2. Relembre que eles tiveram a oportunidade de realizar uma pesquisa amostral de relevância social, utilizando medidas de tendência central, relatórios e gráficos. Pergunte se eles recordam quais são os elementos de uma pesquisa e registre as respostas na lousa. Diga-lhes que esta atividade será realizada em grupo de 4 ou 5 integrantes. Deem um tempo para que façam os agrupamentos. Peça-lhes que escolham um tema que desejam pesquisar, seguida da formulação de questões fechadas de pesquisa, isto é, as que incluem todas as respostas possíveis, e que permitem aos respondentes escolher apenas uma entre as alternativas apresentadas. Exemplifique com as questões que apresentam

como alternativas “sim” ou “não”. Circule entre os grupos para verificar as questões formuladas e verifique se há necessidade de algum tipo de intervenção.



O texto “Roteiro de trabalho para o ensino da Estatística”, páginas 108 a 110, da publicação Orientações Didáticas do Currículo da Cidade - Matemática - Volume 2, disponível em <http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/50722.pdf>. Acesso em 15 abr. 2019.

146

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

Depois de elaboradas as questões, organize-as e entregue-as aos participantes para coletar os dados. Você pode acompanhar os participantes enquanto respondem à pesquisa, esclarecendo eventuais dúvidas. Após a coleta de dados, recolha o material e calcule a frequência absoluta (quantidade de vezes em que um valor é observado na amostra) para cada resposta, bem como a frequência relativa (razão entre a frequência absoluta de um valor e a frequência absoluta total).

- 1 Organize as respostas obtidas por meio de uma tabela que apresente a frequência absoluta e também a relativa. Construa um gráfico para representar os dados obtidos na pesquisa.

Produção do aluno.

Atividade 4

Oriente-se, na Atividade 4, os estudantes estabelecem relações entre o tipo de pergunta, a quantidade e o tipo de respostas, e o número de linhas e colunas de uma tabela. Caso perceba dificuldades a respeito, realize as intervenções necessárias. Uma possibilidade é

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M21) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, além de tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas ou não.

apresentar pesquisas já realizadas com as respectivas tabelas e utilizá-las para retomar os cuidados na elaboração deste recurso de comunicação de dados e os respectivos elementos: título, legenda...

9º ANO

147

- 2 Verifique a média aritmética das idades dos participantes da pesquisa. Lembre-se: é a divisão da soma das idades pelo número de pessoas.

Resposta de acordo com pesquisa realizada.

- 3 É possível utilizar as outras medidas de tendência central, moda e mediana, na análise dos dados da pesquisa? Justifique a resposta. Lembre-se de que a moda, nesse caso, é a resposta que mais apareceu e a mediana é o valor do meio, após organização em ordem crescente ou decrescente dos dados numéricos. Se o número de elementos for ímpar, a mediana será o valor central (do meio), e se o número de elementos da sequência for par, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais.

Resposta de acordo com pesquisa realizada.

- 4 Analise os resultados com o grupo e escrevam um relatório indicando sugestões de ações e medidas reflexivas acerca do assunto pesquisado.

Resposta de acordo com pesquisa realizada.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M19) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana), com a compreensão de seus significados, e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Retome com os estudantes o conceito de média aritmética: um valor no qual os dados se distribuem, que em uma distribuição de frequência, a média é o quociente da divisão da soma dos resultados pelo total de frequência. Questione se é possível utilizar as outras medidas de tendência central, moda e mediana, na análise dos dados da pesquisa. Observe

se o relatório contém sugestões de ações e medidas reflexivas sobre o assunto pesquisado. Se for possível, realize esta atividade no Laboratório de informática, onde há alguns softwares que favorecem a elaboração de tabelas e/ou gráficos, ou pode-se construir um blog colaborativo, com a finalidade de compartilhar o projeto realizado.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Tempo para estudar

148

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

Tempo para estudar

Nesta sequência, você vai continuar seus estudos sobre estatística e irá escolher o gráfico mais adequado para representar um conjunto de dados. Para as atividades dessa sequência você precisará de transferidor, compasso e régua.

ATIVIDADE 1

Na realização da pesquisa **Tempo de estudo fora da escola**, os amigos encontraram pouca variação nas respostas. A maioria dos entrevistados estuda pouco, por dia, fora da escola e, por isso, Manuela e Pietro consideraram que poderiam utilizar o gráfico de segmentos para representar as informações da pesquisa.

- 1 Na sua opinião o gráfico de segmento é o mais apropriado para tratar a situação pesquisada? Justifique sua resposta.

Resposta pessoal.

Para representar os dados corretamente, os amigos decidiram pesquisar nos livros e sites qual seria o gráfico mais adequado para representar os dados obtidos nessa situação.



FIQUE ATENTO

Pietro procurou saber mais sobre o *gráfico de setores* e verificou que esse gráfico é mais adequado quando a análise das proporções é mais importante do que o valor absoluto. Assim, é um gráfico que tem um forte impacto visual por conter poucas variáveis e os valores são representados na forma percentual e o percentual das informações contidas, ou frequências relativas, nesse tipo de gráfico, devem ser relacionados ao total observado. A soma delas deve ser 100%.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Atividades 1

Comente com os estudantes que, nesta sequência de atividades, eles aprofundarão seus estudos sobre os conceitos de Estatística. Diga que eles escolherão os gráficos mais adequados para representação de dados. Antes de iniciar a atividade, esclareça que o gráfico de segmentos é o mesmo que o gráfico de linhas. Leia o enunciado para os estudantes. Pergun-

te-lhes qual a opinião deles a respeito da escolha do gráfico para a situação pesquisada. Peça que registrem no caderno. Discuta as respostas pessoais. Leia o enunciado da atividade, e verifique se eles se recordam sobre o gráfico de setores. Peça-lhes que verifiquem os dados dispostos na tabela indicando as frequências relativa e absoluta.

Sabendo disso, Pietro não teve dúvidas de que informar o resultado, no caso da pesquisa feita, por meio do gráfico de setores, seria a melhor opção.

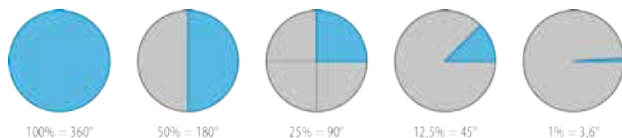
O próximo passo foi pesquisar sobre como construir um gráfico de setores. Acompanhe os passos de Pietro e Manuela.

- Organizaram as informações em uma tabela, indicando a frequência absoluta e a relativa.

Horas de estudo fora da escola	Frequência absoluta	Frequência relativa
0 h	45	56,25%
Até 1 h	25	31,25%
Entre 1 h e 2 h	10	12,5%
Total	80	100%

- O gráfico de setores foi construído dividindo o círculo em regiões proporcionais aos dados apresentados em forma de porcentagem. Como o círculo possui um ângulo central de 360° , cada valor em porcentagem é associado à medida de um ângulo central.
- Os dados percentuais são distribuídos no círculo, de acordo com a proporção da área a ser representada, que é relacionada aos valores das porcentagens.

Ilustração: J. A. S. Silva



Hora de estudo fora da escola	Frequência relativa	Ângulo
0 h	56,25%	$56,25 \cdot 3,6 = 202,5^\circ$
Até 1 h	31,25%	$31,25 \cdot 3,6 = 112,5^\circ$
Entre 1 h e 2 h	12,5%	$12,5 \cdot 3,6 = 45^\circ$
Total	100%	360°

FIQUE ATENTO!

Esclareça que, o gráfico de setores foi construído dividindo o círculo em regiões proporcionais aos dados apresentados em forma de porcentagem. Considerando que o círculo possui um ângulo central de 360° , cada valor em porcentagem é associado à medida de um ângulo central. Leia para turma toda a comanda da atividade, verificando se os estudantes conseguem compreender bem os conceitos e, se for o caso, faça as intervenções necessárias. Peça-lhes que construam o gráfico de setores. Socialize as construções entre os estudantes.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

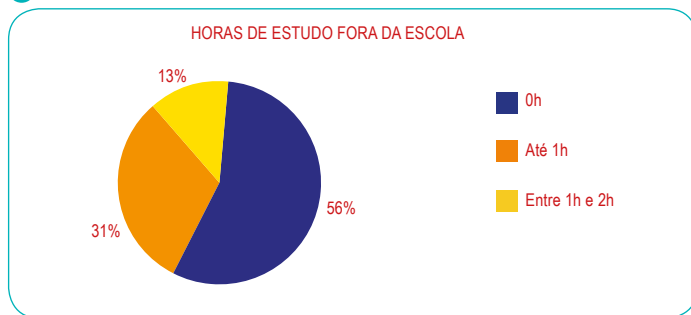
Peça a um estudante para continuar a leitura do texto cujo objeto de estudo é a construção de um gráfico de setor. Faça paradas em cada um dos itens e formule perguntas para que possam sanar as dúvidas. Veja se compreendem que o círculo irá representar o tempo destinado ao estudo e que os dados coletados de tempo de estudo serão apresentados em um gráfico de setor.

150

MATEMÁTICA

- Como 1% corresponde a $3,6^\circ$, agora Manuela e Pietro podem determinar, no círculo, o setor correspondente ao tempo de estudo fora da escola dos entrevistados.
- Para construir o gráfico, traçaram uma circunferência marcando o seu raio e, com o auxílio do transferidor, marcaram os ângulos que haviam acabado de calcular, com o vértice no centro da circunferência.

2 Ajude Manuela e Pietro a construir o gráfico de setores.



ATIVIDADE 2

A pesquisa de Manuela e Pietro buscava descobrir se outros colegas estavam se dedicando aos estudos diários, como eles. Os participantes da pesquisa eram de diferentes idades, pois ela incluía estudantes de todo o Ensino Fundamental.

Manuela e Pietro decidiram utilizar o gráfico de linhas para representar as informações por ano escolar, pois esse tipo de gráfico é utilizado para mostrar evoluções ou regressões, que ocorrem em sequência, geralmente permitindo analisar o comportamento das variáveis no decorrer do tempo, de forma simples e clara. Um exemplo de assunto para ser tratado, por meio desse tipo de gráfico, seria a quantidade de gols marcados por um time, em um determinado período de tempo.

Decidiram, então, tabular os dados para, depois, construir o gráfico. A tabela informa a quantidade de estudantes de cada ano escolar e o respectivo tempo de estudo.

Atividade 1

Enquanto os estudantes realizam o item 2, observe se eles levam em consideração o que estudaram sobre a construção do gráfico de setor e, se for preciso, faça intervenções pontuais.

Atividade 2

Peça aos estudantes para, individualmente, fazerem a leitura do texto da Atividade 2, páginas 150 e 151. Depois, formule perguntas e/ou afirmações com a finalidade de saber como as informações contidas no texto foram compreendidas e quais demandam maiores esclarecimentos. Algumas possibilidades:

Segundo Manuela e Pietro, o gráfico mais adequado é o de linhas. – *Você concorda com os dois amigos? Por quê?*

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

– O que você entendeu ao ler o trecho “permitindo analisar o comportamento das variáveis no decorrer do tempo”?

– Como proceder para saber o ano ao qual se refere determinado número na tabela? E para saber o tempo de estudo ao qual este mesmo ano se refere?

– O que representa o número 3 na tabela? E o número 25?

– Entre as afirmações a seguir, quais são confirmadas pelos dados apresentados na tabela?

a) 15 estudantes do 9º ano não estudam fora da escola.

b) Ao todo, 25 estudantes estudam até 1h fora da escola.

c) 5 estudantes do 6º ano estudam entre 1h e 2h fora da escola.

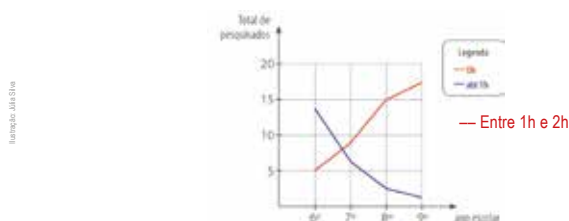
9º ANO

151

Tempo de estudo fora da escola					
Tempo de estudo \ Ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
0 h	5	8	15	17	45
Até 1 h	14	6	3	2	25
Entre 1 h e 2 h	5	3	1	1	10

- 1 Agora, ajude Manuela e Pietro a representar as informações que faltam, no gráfico de linhas que começaram a fazer. Verifiquem tudo o que falta.

TEMPO DE ESTUDO POR ANO DE ESCOLARIDADE



Falta os dados dos estudantes que estudam entre 1 e 2 horas.

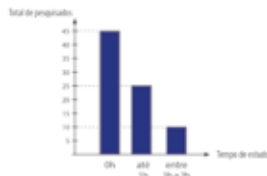
ATIVIDADE 3

Para as informações serem analisadas cuidadosamente, Manuela e Pietro decidiram construir um gráfico de colunas, que facilita a comparação entre as turmas.

O gráfico de colunas é representado por barras verticais e tem o objetivo de representar informações simples que favoreçam a comparação dos dados.

Manuela traduziu graficamente o tempo de estudo fora da escola para todos os pesquisados. Observe como ficou:

Tempo de estudo fora da escola



Atividade 2

Solicite que os estudantes leiam o enunciado da atividade, e que observem atentamente a tabela com as informações sobre a quantidade de estudantes de cada ano escolar e o referido tempo de estudo. Depois, peça-lhes que analisem o gráfico de segmentos. Questione-os sobre o que eles observam. Espera-se que os estudantes entendam que está faltando os dados dos estudantes que estudam entre 1 e 2 horas.

Na síntese das aprendizagens, retome com os estudantes que o gráfico de linhas é usado para revelar evoluções ou regressões que acontecem em sequência,

permitindo a análise do comportamento das variáveis no transcorrer do tempo, com clareza e objetividade.

Atividade 3

Promova uma discussão com os estudantes em torno do fato de, os mesmos dados da tabela serem representados em um gráfico de linhas e um gráfico de colunas. Incentive-os a analisá-los em função dos contextos e das finalidades em que estão inseridos e peça posicionamento a respeito: o gráfico de linhas e o gráfico de colunas foram os mais adequados em cada situação? Por quê?

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

152

MATEMÁTICA

Nesse gráfico podemos perceber que é fácil fazer a leitura e, rapidamente, verificar o tempo que as pessoas estudam fora da escola, por dia.

Observe que as colunas têm a mesma largura e há um espaço entre elas. Manuela preferiu construir as colunas na vertical, mas poderia ser na horizontal e teria, então, um gráfico de barras.

ATIVIDADE 4

Depois de realizada a pesquisa, Manuela e Pietro ficaram curiosos sobre a educação e quiseram saber mais sobre os índices educacionais do Brasil. Pesquisaram sobre a relação entre infância, adolescência e analfabetismo, e chegaram à tabela abaixo.

Taxa de analfabetismo entre as pessoas de 10 anos ou mais de idade, por sexo								
Sexo	2007	2008	2009	2011	2012	2013	2014	2015
Homens	9,6%	9,4%	9,1%	8,1%	8,3%	8,2%	8,0%	7,7%
Mulheres	9,0%	9,0%	8,8%	7,7%	7,7%	7,6%	7,4%	7,1%

Dados obtidos em: <https://brasilensintese.ibge.gov.br/educacao/taxa-de-analfabetismo-das-pessoas-de-10-anos-ou-mais.html>. Acesso em 21/03/2018.

- 1 Qual gráfico seria mais adequado para representar essas informações? Justifique sua resposta.

Gráfico de linhas.

Atividade 4

Após a leitura do texto da atividade 4, elabore questões e/ou comentários que auxiliem os estudantes a analisar os dados da tabela, quais as consequências dos resultados para a melhoria, ou não, da qualidade de vida das pessoas. Para tanto, ajude-os a perceber que, entre as pessoas que fazem parte da pesquisa, estão crianças e adolescentes que, segundo a Constituição Brasileira, deveriam frequentar a escola. Se for possível, faça um trabalho integrado com os professores de História, Geografia e Língua Portuguesa, para ampliar e aprofundar o conhecimento

dos estudantes sobre o analfabetismo no Brasil e as suas consequências para quem é analfabeto e para a sociedade como um todo. É muito importante que a tabela não seja apenas pretexto para representar os dados que nelas aparecem em um gráfico.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

9º ANO

153

- 2 Construa um gráfico que considere adequado para apresentação dos dados da tabela.

Construção do estudante.

- 3 A partir desse gráfico, qual a informação trazida sobre o analfabetismo no Brasil?

A taxa de homens analfabetos é maior do que mulheres.

PROJETO

Agora você vai desenvolver um projeto relacionado à migração e saída das pessoas de seus países de origem devido às mudanças climáticas, analisar o assunto, planejar alguns estudos preliminares, desenvolver o projeto e apresentá-lo para os colegas. Uma sugestão de **tema** para esse projeto é:

Mudanças climáticas e a migração: é possível resistir?

Planejamento e estudos preliminares

Para iniciar o projeto, organizem-se em grupos. Vocês deverão analisar o assunto, decidir se pesquisarão um problema específico, fazer o planejamento e realizar alguns estudos preliminares. O texto a seguir pode ajudar:

Espera-se que os estudantes saibam que o gráfico mais pertinente se refere ao de segmentos. Enquanto constroem o gráfico, acompanhe como estão representando os números nos eixos horizontal e vertical, se as escalas utilizadas nos dois eixos são as mais adequadas, se todas as informações significativas presentes na tabela foram contempladas no gráfico. Se for preciso, faça as intervenções pontuais e, também, as que julgar coletivas, ou seja, devem ser tratadas com todos os estudantes da turma. No item 2, questione por que, segundo os conhecimentos prévios, a taxa de homens analfabetos é maior do que a taxa de mulheres. Como atividade complementar, sugere-se a elaboração de uma síntese sobre os conceitos aprendidos ao longo da sequência.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Eixo Articulador

CONEXÕES EXTRAMATEMÁTICA

- (EF09M37) Desenvolver um projeto que envolva a migração e a fuga relacionadas às mudanças climáticas, relacionando-o com a Matemática.

Projeto

Durante a leitura das informações sobre o Projeto, questione se atualmente as pessoas saem de seu país apenas em função das mudanças climáticas. Você pode planejar aulas articuladas com os professores de Ciências, Geografia e História, para ampliar e aprofundar os conhecimentos dos estudantes a respeito.

Problematize as informações contidas no texto e incentive os estudantes a se posicionarem em relação às informações apresentadas. Aguarde os estudantes se manifestarem e, depois, comente sobre os limites de se posicionar diante de algum fato e/ou situação, destituído de maiores conhecimentos sobre o tema, e se baseando naquilo que sabe e/ou viveu.

Migração provocada por alterações climáticas pode levar à deslocação de milhões de pessoas

As alterações climáticas já causaram a deslocação e migração de pessoas e poderão desenraizar mais milhões de seres humanos no futuro, adverte um novo relatório elaborado com o apoio das Nações Unidas.

O estudo, lançado na Conferência das Nações Unidas sobre Alterações Climáticas que está a decorrer em Bona, na Alemanha, afirma que a deslocação de pessoas se agravará, "a não ser que as populações vulneráveis, especialmente as pessoas mais pobres, sejam ajudadas a tornar os seus meios de vida resistentes ao clima".

"Nas próximas décadas, as alterações climáticas levarão, ou obrigarão mesmo, milhões de pessoas a deixarem as suas casas em busca de meios de vida viáveis e de segurança", diz o relatório, produzido com o apoio da Universidade das Nações Unidas (UNU), o Alto Comissariado das Nações Unidas para os Refugiados (ACNUR), o Banco Mundial, a Universidade de Columbia e a organização não governamental CARE. "Se não forem tomadas medidas enérgicas para travar o aquecimento global, as consequências em termos de migração e deslocação humanas poderão atingir uma dimensão e uma escala sem precedentes", acrescenta o relatório.

O relatório recomenda que todos os países evitem actividades susceptíveis de causar alterações climáticas, façam planos tendo em vista a segurança humana, invistam em meios de vida resilientes ao clima, atribuam prioridade às populações mais vulneráveis do mundo e incluam a migração e as estratégias de adaptação no seu planeamento futuro.

Em Bona, as negociações sobre um novo acordo destinado a reduzir as emissões de gases com efeito de estufa, que deverá substituir o Protocolo de Quioto, continuam a avançar a bom ritmo, disse, hoje, aos jornalistas em Nova Iorque Marie Okabe, Porta-voz das Nações Unidas.

<https://www.unric.org/pt/alteracoes-climaticas/26730-migracao-provocada-por-alteracoes-climaticas-pode-levar-a-deslocacao-de-milhoes-de-pessoas>

ATIVIDADE 1

- 1 Pesquise mais sobre o assunto, discuta com seu grupo o texto lido e faça síntese acerca desse assunto.

Resposta pessoal.

Peça aos estudantes para discutirem sobre as possibilidades de reduzir os impactos das mudanças climáticas que já existem e, por consequência, reduzir a migração forçada por essas mudanças. Diga-lhes que eles deverão escolher uma maneira para apresentar os dados de pesquisa, que poderá ser um cartaz ou a construção de um blog ou outra página em rede social. Promova uma discussão e socialização dos resultados.

Eixo Articulador

CONEXÕES EXTRAMATEMÁTICA

- (EF09M37) Desenvolver um projeto que envolva a migração e a fuga relacionadas às mudanças climáticas, relacionando-o com a Matemática.

Atividade 1

Na atividade 1, eles deverão discutir com o grupo o texto lido, e elaborar uma síntese dessa discussão. Veja se eles indicam as regiões mais afetadas do planeta e que medidas podem ser tomadas para a diminuição desses deslocamento e trazem aspectos apontados na página anterior.

ATIVIDADE 2

Anualmente, o Instituto Germânico de Monitoramento (*Germanwatch Institute*) divulga o índice global de risco climático (CRI, sigla em inglês), ferramenta que analisa a vulnerabilidade dos países mais propensos a serem afetados pelas mudanças climáticas.

Ciaro, Carolina de Abreu Batista. Refugiados Ambientais: mudanças climáticas, migrações internacionais e governança global. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, 2012, p. 27. Disponível em: http://www.repositorio.unb.br/bitstream/10482/11970/1/2012_CarolinaDeAbreuBatistaCiaro.pdf. Acessado em 09/01/2018.

Quanto menor o CRI, maior é a vulnerabilidade socioeconômica e socioambiental. Observe:

CRI 1990-2008	País	Pontuação CRI	Número médio de mortes por ano	Número médio de mortes anuais por 100 mil habitantes
1	Bangladesh	8,00	8.241	6,27
2	Myanmar	9,25	4.522	8,60
3	Honduras	12,00	340	5,56
4	Vietnã	18,83	466	0,64
5	Nicarágua	21,00	164	3,37
6	Haiti	22,83	335	4,18
7	Índia	25,83	3.255	0,33
8	República Dominicana	27,58	222	2,88
9	Filipinas	27,67	799	1,11
10	China	28,58	2.023	0,17

Fonte: HARMELING (2009, P. 6). Tradução livre. Com adaptações.

Atividade 2

Após a leitura do texto, você pode pedir aos estudantes para elaborarem perguntas para serem respondidas, ou afirmações para serem analisadas pelos demais colegas de turma.

Eixo Articulador

CONEXÕES EXTRAMATEMÁTICA

- (EF09M37) Desenvolver um projeto que envolva a migração e a fuga relacionadas às mudanças climáticas, relacionando-o com a Matemática.

Durante a exposição oral das perguntas e/ou afirmações, você pode tecer comentários, sem expor os respectivos autores, com a finalidade de ajudá-los a perceber o que pode ser melhorado no modo como as ideias foram comunicadas.

156

MATEMÁTICA

- 1 De acordo com a tabela, levantem hipóteses que expliquem a vulnerabilidade desses países e registre-as aqui.

Resposta dos estudantes (ver orientações para o professor).

- 2 Pesquise se, no Brasil, há locais de vulnerabilidade.

Resposta dos estudantes (ver orientações para o professor).

ATIVIDADE 3

Juntamente com o seu grupo, discuta quais as possibilidades de reduzir os impactos das mudanças climáticas que já existem e, por consequência, reduzir a migração forçada por essas mudanças.

Produto

Escolha uma maneira para apresentar os dados de sua pesquisa, como um cartaz informando sobre o assunto, por exemplo. Seu grupo também pode realizar um debate após apresentação dos dados da pesquisa. Também é possível comentar sobre o número de imigrantes, ou filhos de imigrantes, matriculados na escola, e apresentá-los, sugerindo que comentem sobre os problemas climáticos de sua região de origem.

Nos itens 1 e 2, observe se os estudantes estabelecem relações entre os índices de vulnerabilidade e aspectos culturais, sociais e econômicos dos países com os maiores índices. Os professores de Geografia e de História podem ajudá-lo na realização desses dois itens, discutindo, se possível, este tema nas respectivas aulas, ou sugerindo sites confiáveis para os estudantes consultarem sobre os aspectos descritos anteriormente, nos países citados na tabela e, especialmente, no Brasil.

Eixo Articulador

CONEXÕES EXTRAMATEMÁTICA

- (EF09M37) Desenvolver um projeto que envolva a migração e a fuga relacionadas às mudanças climáticas, relacionando-o com a Matemática.

Atividade 3

Orientar os de tal modo que o produto do projeto não tenha apenas, como interlocutor, você e os demais estudantes das turmas. É importante que as conclusões do projeto sejam compartilhadas e se transformem em objetos de reflexão da comunidade escolar. O POIE pode ajudar os estudantes a decidir quais são as formas mais adequadas de chamar a atenção das pessoas sobre a questão da vulnerabilidade, notadamente a observada e/ou vivenciada pelos próprios estudantes, os pais/responsáveis...

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1 O objetivo desta atividade de cálculo mental é descobrir uma das medidas dos ângulos internos de quadriláteros. Lembre-se de que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° a. Um paralelogramo tem uma das medidas de seus ângulos internos de 60°. Qual são as duas outras medidas dos ângulos internos? b. Um losango tem um de seus ângulos internos de 135°. Qual é a medida dos outros dois ângulos internos? c. Um dos ângulos internos de um trapézio retângulo é 70°. Qual é a medida do outro ângulo interno? d. Em um trapézio isósceles dois de seus ângulos internos somam 150°. Qual é a medida dos outros dois ângulos? e. Qual é a medida dos ângulos internos de quadrado? f. E de um retângulo?	CM 2 O objetivo desta atividade de cálculo mental é descobrir uma das medidas dos ângulos internos de alguns triângulos. Lembre-se de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°. a. Se um é triângulo equilátero, cada um de seus ângulos internos medem _____ b. Em um triângulo isósceles os ângulos da base medem 65°, qual é a medida do ângulo desse triângulo? c. Em um triângulo escaleno, os ângulos da base medem respectivamente 135° e 35°. Qual é medida do outro ângulo? d. Um triângulo retângulo a medida de um de seus ângulos é 45°, qual a medida do outro ângulo? e. Um triângulo é isósceles e ao mesmo tempo obtusângulo, se o ângulo obtuso mede 120°. Qual a medida dos outros dois ângulos?
CM 3 O objetivo desta atividade de cálculo mental é descobrir uma das medidas dos ângulos internos de quadriláteros. Lembre-se de que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° a. Um paralelogramo tem uma das medidas de seus ângulos internos de 100°. Qual são as duas outras medidas dos ângulos internos? b. Um losango tem um de seus ângulos internos de 55°. Qual é a medida dos outros dois ângulos internos? c. Um dos ângulos internos de um trapézio retângulo é 50°. Qual é a medida do outro ângulo interno? d. Em um trapézio isósceles dois de seus ângulos internos somam 140°. Qual é a medida dos outros dois ângulos? e. Um losango tem um de seus ângulos internos de 110°. Qual é a medida dos outros dois ângulos internos?	CM 4 O objetivo desta atividade de cálculo mental é descobrir uma das medidas dos ângulos internos de alguns triângulos. Lembre-se de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°. a. Em um triângulo isósceles os ângulos da base medem 75°, qual é a medida do ângulo desse triângulo? b. Em um triângulo escaleno, os ângulos da base medem respectivamente 125° e 25°. Qual é medida do outro ângulo? c. Um triângulo retângulo a medida de um de seus ângulos é 55°, qual a medida do outro ângulo? d. Um triângulo é isósceles e ao mesmo tempo obtusângulo, sendo que o ângulo agudo mede 35°. Qual a medida do ângulo obtuso?

As atividades de Cálculo Mental propostas são sugestões para que os professores. Elas podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com as necessidades de aprendizagens da turma.

HORA DA RETOMADA

- 1 Assinale a situação em que estão relacionadas grandezas diretamente proporcionais:
- a) () O número de pessoas em uma festa e a quantidade (em mililitros) que cada pessoa poderá consumir de refrigerante.
- b) (X) Perímetro de um quadrado em relação ao seu lado.
- c) () Velocidade média de um carro e o tempo de viagem.
- d) () 'Peso' de uma pessoa, em relação à sua altura;
- 2 João comprou 3 chocolates e 2 sucos pagando R\$ 8,50. Bruna comprou 1 chocolate e 2 sucos pagando R\$ 4,50. Se uma pessoa comprar, no mesmo local, um chocolate e um suco, quanto irá pagar?

R\$ 3,25

- 3 De acordo com os dados da tabela, construa um gráfico de barras e um de setores que representem a preferência musical dos estudantes de uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola da grande São Paulo. Converse com os colegas sobre a diferença entre eles.

Música	Votos
Funk	14
Samba	8
Pop	9
Rock	4

Para realizar as atividades da Hora da Retomada, sugere-se organizar as crianças sentadas em suas carteiras individualmente. Ler coletivamente os enunciados e certificar-se de que todas entenderam o que deve ser feito.

Enquanto realizam a avaliação, circular pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem. Registrar as dificuldades observadas, para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M06) Analisar, interpretar, formular e solucionar problemas, compreendendo os diferentes significados das operações no campo dos reais.

ÁLGEBRA

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.
- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

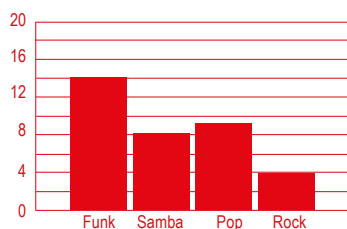
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

9º ANO

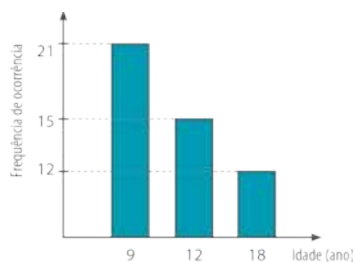
159

MÚSICA PREFERIDA



- 4 (ENEM - adaptado) Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns estudantes de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.

Idades dos estudantes



Qual é a moda das idades dos entrevistados, em anos?

- a) 9 b) 12 c) 13 d) 15 e) 21

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M23) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), inclusive com uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Para realizar as atividades da Hora da Retomada, sugere-se organizar as crianças sentadas em suas carteiras individualmente. Ler coletivamente os enunciados e certificar-se de que todas entenderam o que deve ser feito.

Enquanto realizam a avaliação, circular pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem. Registrar as dificuldades observadas, para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

UNIDADE 6

No decorrer desta Unidade, os estudantes poderão retomar e ampliar alguns conhecimentos matemáticos. No eixo Números, será possível analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com o significado de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.

Já no eixo Álgebra, os estudantes vão representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação. E também, poderão analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1° e 2° graus.

No eixo Probabilidade e Estatística, os estudantes vão explorar os valores de medidas de tendência central de

uma pesquisa estatística, com a compreensão de seus significados, e poderão relacioná-los com a dispersão de dados.

Já no eixo Grandezas e Medidas, os estudantes terão a oportunidade de solucionar problemas que abrangem o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos a partir de suas medidas. Terão, ainda, o desafio de resolver problemas que envolvem a razão entre duas grandezas diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Os estudantes retomarão o projeto de pesquisa que envolve os conhecimentos matemáticos de maneira que possa subsidiar o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA).

Na Unidade 6 também foram organizadas atividades que permitem o avanço com o Cálculo Mental, envolvendo as diferentes operações com números reais.

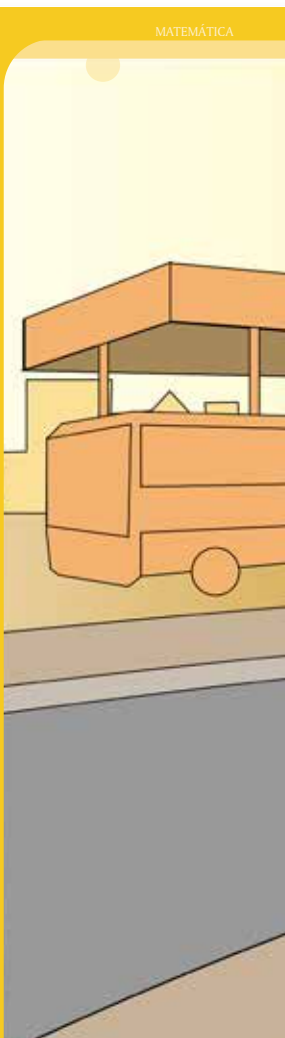
Por último, temos a Hora da Retomada, onde os estudantes poderão acompanhar sua aprendizagem observando o que efetivamente aprenderam sobre os temas matemáticos que foram discutidos na Unidade.

UNIDADE 6

Na Unidade 6, você terá a oportunidade de resolver problemas com porcentagem e juros, compreendendo os significados das medidas de tendência central em pesquisas.

Além disso, irá ampliar seus conhecimentos, resolvendo problemas com sistemas de equações de 1º e 2º graus, envolvendo o plano cartesiano, medidas de volumes de cubos e paralelepípedos, bem como da variação de duas grandezas de espécies diferentes.

Acompanhará os primos João Vitor e Júlia, que estão concluindo o 9º ano. Eles vão ajudar no restaurante coletivo da comunidade, que pretendem abrir próximo a um terminal de ônibus.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.
- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M19) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana), com a compreensão de seus significados, e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude

Alguns procedimentos preliminares antes de iniciar a Unidade:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações a serem realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para resolver a atividade, prevendo dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;
- Incentive-os a apresentarem seus procedimentos pessoais de resolução



Procedimentos importantes antes de iniciar a Unidade:

- Leia e analise os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento relativos a cada sequência e relacione-os com os Objetos de Conhecimento;
- Planeje as atividades com antecedência e verifique se precisa usar algum tipo de material de apoio (calculadora, régua etc.) e disponibilize-os para os estudantes;
- Durante o planejamento, faça todas as atividades da sequência e antecipe possíveis dificuldades dos estudantes;
- Regularmente, faça o planejamento da rotina semanal, analisando a sequência de atividade que será desenvolvida.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M28) Solucionar problemas que abrangam o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos a partir de suas medidas
- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica

Eixo Articulador

PROCESSOS MATEMÁTICOS

- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa que envolva os conhecimentos matemáticos, usando o método científico de maneira que possa subsidiar o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA).

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Os melhores preços para equipar a cozinha do restaurante

162

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

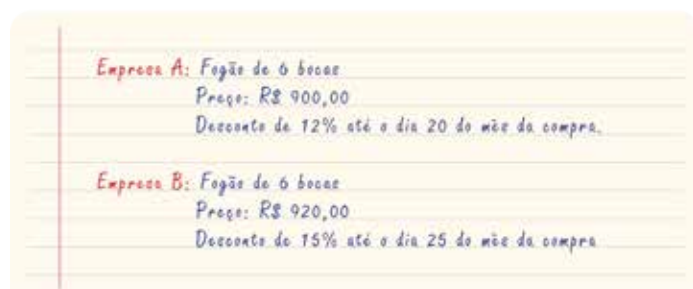
Os melhores preços para equipar a cozinha do restaurante

Nessa sequência, iremos acompanhar a pesquisa dos primos João Vítor e Júlia para comprar um fogão industrial para o restaurante da comunidade. Analisaremos formas de pagamento, cálculos de porcentagem e juros.

Você já viu um fogão industrial? Sabe qual a diferença dele para um fogão convencional?

ATIVIDADE 1

João Vítor e Júlia começaram a pesquisar preços de fogão para equipar a cozinha industrial do restaurante. Pesquisaram os preços de várias marcas de fogão de 6 bocas, mas ficaram indecisos com o que encontraram. Veja as cotações do fogão de que João Vítor e Júlia mais gostaram.



- 1 Com qual empresa, a compra é mais vantajosa? Justifique sua resposta.

A empresa B tem o melhor preço.

Atividade 1

Comente com os estudantes que nesta atividade eles trabalharão com o significado de taxas percentuais e juros simples. Verifique os conhecimentos prévios sobre cálculos de porcentagem e juros simples. Depois da leitura do texto da Atividade 1, peça a um estudante para compartilhar com os demais as respectivas compreensões e as dúvidas. Incentive outros estudantes a fazer o mesmo e, com a ajuda deles, encaminhe as dúvidas. Acompanhe as resolu-

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.

ções e faça as intervenções pontuais e/ou coletivas. Espera-se que os estudantes compreendam que a empresa B possui a melhor opção de compra, obtendo um desconto de R\$ 138,00 e mais cinco dias para que este desconto seja concedido. Como atividade complementar, é interessante propor comparações utilizando folhetos de lojas que vendem eletrodomésticos ou pesquisas nos sites das lojas.

9º ANO

163

As empresas informaram que, além do desconto com adesão até a data informada, se comprarem uma geladeira e um freezer, dariam mais 3% sobre o desconto anterior, no fogão.

ATIVIDADE 2

Antes de informar a pesquisa à escola, João Vítor calculou os descontos, caso conseguissem efetivar a compra da geladeira e do freezer até a data da adesão. Observe:

Novo desconto sobre o fogão

Handwritten calculations on lined paper:

Empresa A: $12\% + 3\% = 15\%$
 $15\% \text{ de } 900 = \frac{15}{100} \cdot 900 = 15 \cdot \frac{900}{100} = 135,00$
 $900 - 135 = 765,00$

Empresa B: $15\% + 3\% = 18\%$
 $18\% \text{ de } 920 = \frac{18}{100} \cdot 920 = 18 \cdot \frac{920}{100} = 165,60$
 $920 - 165,60 = 754,40$

Júlia observou os cálculos de João Vítor e resolveu de outra forma. Observe:

Empresa A: $12\% \text{ de } 900 \rightarrow 0,12 \cdot 900 = 108,00$
 $900 - 108 = 792,00$
 $3\% \text{ de } 792 = 0,03 \cdot 792 = 23,76$
 $792 - 23,76 = 768,24$

Empresa B: $15\% \text{ de } 920 \rightarrow 0,15 \cdot 920 = 138,00$
 $920 - 138 = 782,00$
 $3\% \text{ de } 782 = 0,03 \cdot 782 = 23,46$
 $782 - 23,46 = 758,54$

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.

Atividade 2

Durante a leitura do texto, oriente os estudantes a justificar o modo como cada personagem compreendeu e resolveu a situação. Incentive-os a verificar se os cálculos foram resolvidos corretamente. Para isso eles podem utilizar a calculadora.

164

MATEMÁTICA

- 1 Os primos ficaram em dúvida, pois os resultados dos cálculos foram diferentes. E você, o que pensa a respeito? Quem resolveu corretamente? Justifique.

Resposta pessoal.

Como os primos estavam em dúvida, fizeram uma pesquisa na internet sobre descontos sucessivos. Vejam o que encontraram:

Descontos sucessivos: é feito o cálculo do primeiro desconto sobre o valor inicial e, sobre o resultado, é feito o segundo desconto.

- 2 Elabore um problema que envolva o cálculo de descontos sucessivos e troque com um colega para que ele resolva.

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.

No item 1, é importante os estudantes refletirem sobre o que significa “resolver corretamente”: são os cálculos ou o modo como compreenderam a informação “dariam mais 3% sobre o desconto anterior”. Pergunte a eles qual modo de calcular o desconto é mais vantajoso para o cliente, e qual é mais vantajoso para a loja. Ajude-os a perceber que o modo como Júlia calculou os descontos é um exemplo de “descontos sucessivos”.

A elaboração de um problema com determinada característica depende do repertório dos estudantes para ser bem sucedida. Neste sentido, auxilie-os a compreender quais são as especificidades de problemas deste tipo e, se for necessário, ofereça outros exemplos de problemas, se possível, da coleção de livros didáticos adotados pela escola, para que eles consigam analisar o que eles possuem em comum.

9º ANO

165

ATIVIDADE 3

Os moradores do bairro de João Vítor e Júlia resolveram guardar dinheiro para comprar os equipamentos da cozinha, à vista. Para isso fizeram uma pesquisa sobre aplicações financeiras e analisaram como são os juros simples.

Descobriram que, se guardarem um capital de R\$ 500,00 à taxa de juros simples de 3% ao mês, durante 5 meses, terão, ao final do período, o valor de R\$ 75,00 de juros, pois para calcular o valor dos juros, basta multiplicar o capital (R\$ 500,00) pela taxa (3%) e pelo tempo (5 meses)“.

$$\text{Juros} \longrightarrow J = 500 \cdot 0,03 \cdot 5 = 75,00$$

Assim, após os 5 meses eles terão juros de R\$ 75,00 e um montante (capital + juros) de R\$ 575,00.

**FIQUE ATENTO**

No regime de juros simples, esses incidirão apenas sobre o valor inicial, ou seja, sobre o capital inicial. Sabendo disso, revolva questão seguinte.

- 1 Considerando o valor do fogão, e que a geladeira e o freezer custam R\$ 1 500,00 cada, os dois primos concluíram que os moradores demorariam muito tempo para juntar dinheiro para a compra dos equipamentos. Se faltassem 8 meses para comprar os equipamentos de cozinha e os moradores aplicassem R\$ 750,00, a uma taxa de juros simples de 5% ao mês, ao final da aplicação, teriam o valor suficiente? Ajude-os a responder. Justifique sua resposta.

Não é suficiente, pois ao final da aplicação, os moradores teriam 1 050 reais, sendo 300 reais correspondentes aos juros.

Eixo Estruturante**NÚMEROS**

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.

Atividade 3

Aproveite o texto da atividade 3 para retomar e/ou apresentar o vocabulário e os conceitos próprios das aplicações financeiras: capital, juros, juros simples, montante etc. Para isso, pergunte em quais situações são utilizadas os termos como, por exemplo, “capital” e “juros” e, entre elas, quais se relacionam à Matemática Financeira.

Se for possível, utilize situações reais e/ou da coleção de livros didáticos adotados pela escola.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Momentos de descontração dos primos

166

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

- 1 Depois de João Vítor e Júlia apresentarem o valor dos equipamentos aos amigos, resolveram fazer uma pesquisa do preço de uma geladeira comercial de 4 portas branca e de um freezer branco horizontal, em 5 empresas. Qual é a medida de tendência central mais apropriada para indicar a preferência das empresas para a compra dos equipamentos de cozinha: moda, média ou mediana? Justifique sua escolha.

Moda

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Momentos de descontração dos primos

Nessa sequência iremos acompanhar o passeio de João Vítor e Júlia ao jogo de vôlei e resolver sistemas de equações de 1° e 2° grau. Para isso, será preciso utilizar seus conhecimentos na resolução dessas equações. Vamos lá!

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1° e 2° graus.

Atividade 4

Você pode transformar o item 1 da Atividade 4 em uma situação investigativa. Após coletar os preços dos dois eletrodomésticos em 5 lojas, pergunte aos estudantes o que significa determinar a moda, a média e a mediana nesta situação. Espera-se como resposta, os valores a pagar. Esta resposta procede e, eventualmente, os estudantes podem determinar os

valores das três medidas de tendência central, entretanto o contexto da situação trata da preferência das empresas para a compra dos equipamentos de cozinha. Neste sentido, o que pode interessar à empresa são os produtos que vendem mais: a moda!

9º ANO

167

ATIVIDADE 1

João Vítor e Júlia estavam um pouco cansados, devido à correria com as pesquisas para a organização do restaurante e resolveram chamar suas famílias para assistir a um jogo de vôlei no ginásio do Ibirapuera.

João e Júlia resolveram comprar os ingressos para os pais de João e para o pai e o irmão de Júlia.



- 1 Escreva uma equação para representar a compra de João Vítor e Júlia. Atribua x para a entrada inteira e y para a meia entrada.

$$2x + y = 50 \text{ e } 1x + 2y = 40$$

Essas equações de 1º grau com duas incógnitas que você escreveu representam um sistema de equações. Você se lembra? Vimos na Unidade 5.

Resolver um sistema de equações significa determinar valores para as incógnitas que satisfazem ambas as equações.

Atividade 1

Antes de propor a resolução do item 1, auxilie os estudantes a entender que os ingressos foram comprados no mesmo dia e no mesmo cinema. Depois, peça a alguns estudantes para socializarem as respectivas interpretações. Faça as intervenções. Em seguida, pergunte se eles conseguem determinar o preço do ingresso inteiro e da meia entrada analisando as quantidades compradas por João Vítor e Júlia.

Se eles tiverem dificuldade, pergunte:

- Comprar 2 ingressos inteiros e 1 meia entrada equivale a comprar quantas meia estradas? (Resposta esperada: 5).
- Comprar 1 ingresso inteiro e 2 meias entradas equivale a comprar quantas meias entradas? E quantos ingressos inteiros? (4 e 2, respetivamente).

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

A compra feita por Júlia permite calcular os dois valores: o ingresso inteiro custa 20 reais (40 dividido em 2 partes iguais), enquanto a meia custa 10 reais (40 reais dividido em 4 partes iguais).

A compra feita por João Vítor pode ser utilizada para verificar se 20 reais e 10 reais são as respostas corretas.

Auxilie os estudantes a concluir que o modo como os dois valores foram obtidos não é generalizável e aplicável em qualquer sistema de equações.

168

MATEMÁTICA

- 2) Escreva o sistema de equações de 1º grau e o resolva pelo método da adição ou substituição.

$$\begin{cases} 2x + y = 50 \\ x + 2y = 40 \end{cases}$$

$$x = 20; y = 10$$

- 3) Agora que você encontrou o valor que satisfaz as duas equações, vamos resolver geometricamente esse sistema.

- a) Dê valores para x e substitua esse valor na equação, para determinar os valores de y e registre-os no quadro. Utilize o espaço em branco para a resolução.

$2x + y = 5$			$x + 3y = 5$		
x	$2x + y = 5$	(x, y)	x	$x + 3y = 5$	(x, y)

Resposta pessoal.

- b) No plano cartesiano a seguir, represente graficamente as expressões e localize os pontos referentes a cada par ordenado (x, y) . Em seguida, trace as retas das respectivas expressões.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

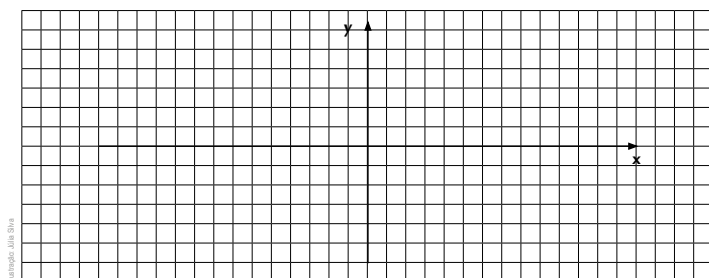
Acompanhe os estudantes enquanto o item 2 é realizado. Verifique se os dois métodos apareceram. Observe também os erros cometidos e oriente os estudantes que realizaram o item corretamente, ajudar os colegas com dificuldades.

Enquanto circula entre os estudantes, verifique quem utilizou o fato de que o ingresso inteiro custa 20 reais, e a metade, 10 reais como referência para saber se resolveu, ou não, o sistema corretamente. Registre os procedimentos que serão socializados durante a correção deste item. Faça o mesmo com as resoluções incorretas, sem expor os respectivos autores.

O item 3a pode ser realizado em pequenos grupos e, antes de os estudantes se organizarem, produza, junto com eles, um conjunto de dicas importantes relativas à resolução de um sistema de equações de forma geométrica: determinar valores de x e y que torne as igualdades $2x + y = 5$ e $x + 3y = 5$ verdadeiras. Localizar os pontos definidos por estas coordenadas, no sistema de coordenadas cartesianas e traçar as retas cujas equações são $2x + y = 5$ e $x + 3y = 5$.

9º ANO

169



- c) Quais são as coordenadas cartesianas do ponto em que as retas se interceptaram? O que representa esse par ordenado?

Coordenadas representam o ponto comum às equações, a solução do sistema (2, 1).



TO ME NOTA

O ponto de interseção das retas representa o ponto comum das equações de 1º grau, ou seja, esse ponto é a solução do sistema. Nesse caso, dizemos que esse sistema é possível e determinado.

- 4) João Vitor e Júlia verificaram que tinham levado para o jogo, ao todo, R\$ 90,00. Sabendo que Júlia tem o dobro da quantia de João, quantos reais cada um possui?

Júlia tem 60 reais e João tem 30 reais.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Após os estudantes fazerem a leitura do texto do item 4 e verificar que todos compreenderam a proposta, escreva na lousa as duas respostas a seguir. Depois, pergunte qual está correta, seguida da respectiva justificativa:

I) Júlia tem R\$ 45,00 e João tem R\$ 45,00;

II) Júlia tem R\$ 70,00 e João tem R\$ 20,00.

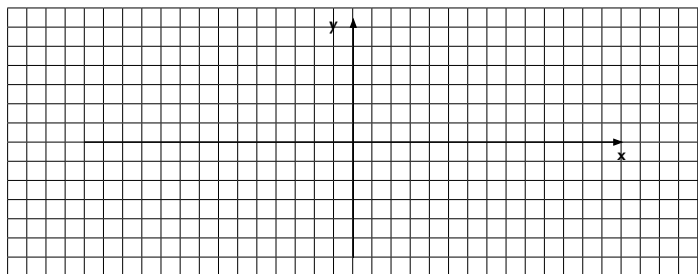
As respostas podem indicar possíveis incompreensões. Se as dificuldades persistirem você pode propor a seguinte situação para eles analisarem: um estudante disse que “Júlia ter o dobro da quantia de João”, equivale a dizer que “João tem uma parte e Júlia tem duas destas partes” e que, se “Júlia tives-

se o triplo da quantia de João” equivaleria a dizer que: “se João tivesse uma parte, Júlia teria 3 partes iguais a essa”. Verifique se a análise desta situação auxilia os estudantes a perceber que 90 reais deve ser dividido em 3 partes iguais por que: $x + 2x = 90$, onde x representa a quantia de João.

170

MATEMÁTICA

- a) Resolva geometricamente esse problema. A solução geométrica do problema é o ponto comum às equações das retas $x + y = 90$ e $x - 2y = 0$.



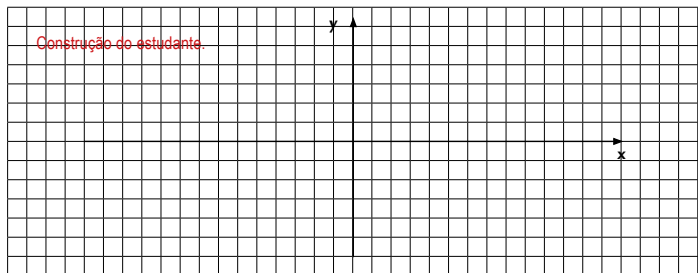
ATIVIDADE 2

- 1 João Vitor e Júlia compraram um suco e um chocolate por R\$ 10,00 no ginásio do Ibirapuera. A soma do dobro do valor do suco com o dobro do valor do chocolate é igual a R\$ 50,00. Quanto custa o suco e o chocolate?

- a) Escreva o sistema de equações de 1º grau para representar essa situação.

$$x + y = 10; 2x + 2y = 50$$

- b) No plano cartesiano que segue, construa a reta que representa cada equação.



Na situação apresentada no item 4, não é tão evidente quais equações do 1º grau compõem o sistema. Para isso, auxilie-os a perceber que se x representa o dinheiro de João Vitor e y , a quantia de Júlia, é possível estabelecer duas relações entre elas:

$$x + y = 90 \text{ e } y = 2x \text{ ou } y - 2x = 0 \text{ ou } 2x - y = 0.$$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Atividade 2

Aproveite esta atividade para incentivar os estudantes a pensar por que, apesar de serem fornecidas informações suficientes para a construção de um sistema de equações, nem sempre é possível determinar os valores das duas incógnitas. Para dar início a atividade 2, leia o enunciado para os estudantes. Comente aos estudantes que X representa o suco e Y o chocolate. Com base nessa informação, peça-lhes que resolvam o item 1.

9º ANO

171

c) Em relação à posição das retas que representam as equações, o que podemos observar?

As retas não possuem ponto comum.

Nesse caso, observe o que acontece com a solução do sistema.

$$\begin{cases} x + y = 10 \cdot (-2) \\ 2x + 2y = 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -20 \\ 2x + 2y = 50 \end{cases}$$

$$0x + 0y = 30$$

$$0 = 30 \longrightarrow \text{Falso}$$

Aqui, não há solução. Por isso as retas encontradas não se interceptam, são retas paralelas.



TOME NOTA

Um sistema de equações que não tem solução possui retas paralelas e esse sistema é impossível.

ATIVIDADE 3

- 1) Nessa busca por sistema de equações, João Vítor e Júlia resolveram representar a resolução do sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$ no plano cartesiano que segue. Ajude-os nessa tarefa.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Atividade 2

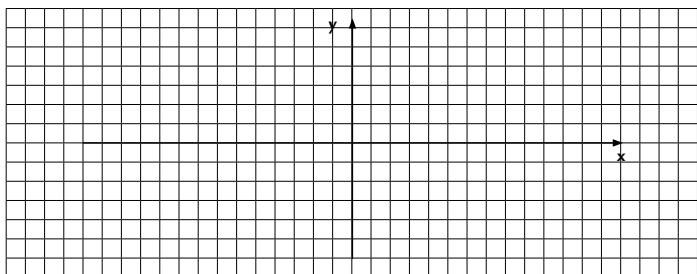
Para o item 1c, solicite que os estudantes façam a representação gráfica no plano cartesiano, das retas que representam as equações. Antes de solicitar a leitura dos próximos enunciados, esclareça que, quando as retas encontradas não se interceptam é considerado um sistema impossível, e quando apresentam infinitas soluções é considerado um

sistema possível e indeterminado. Com base nessa explicação, peça-lhes que resolvam a próxima atividade. Discuta com os estudantes as resoluções, e caso necessário, faça as intervenções necessárias.

Utilize este item para iniciar a sistematização das aprendizagens sobre a resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas variáveis. É importante que, nesta síntese, seja considerada a relação entre as posições entre as retas que representam as equações do sistema e a solução do sistema.

172

MATEMÁTICA



2 Analise a representação gráfica e responda:

a) O que você observa em relação à reta que representa cada equação?

Possuem os mesmos pontos.

b) O que você conclui?

Retas coincidentes.

c) Resolva algebricamente o sistema de equações.

$0 = 0$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Incentive os estudantes a pensar em soluções para o sistema de equações e, conseqüentemente, para o problema cujos dados e as respectivas relações ele representa. Auxilie-os a perceber que o sistema possui infinitas soluções de tal modo que a soma entre as duas quantias seja 10 reais e, a soma dos quádruplos das mesmas quantias seja 50 reais.

9º ANO

173

**TOME NOTA**

O sistema cuja representação gráfica é formado por retas coincidentes, é chamado de possível e indeterminado. Nesse caso, o sistema tem infinitas soluções.

3 Faça a correspondência de cada sistema com suas soluções.

- | | |
|---|------------------------|
| a) $\begin{cases} x - y = 6 \\ x - y = 27 \end{cases}$ | (b) (2, 1) |
| b) $\begin{cases} 4x - 3y = 5 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ | (d) Infinitas soluções |
| c) $\begin{cases} 3x - y = 9 \\ xy = 12 \end{cases}$ | (a) nenhuma solução |
| d) $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$ | (c) (4, 3) e (-1, -12) |

- a) Sistema impossível. nenhuma solução
 b) Sistema possível. Solução: (2,1)
 c) Sistema possível. Soluções (4,3) e (-1,-12)
 d) Sistema possível e indeterminado: infinitas soluções.

Eixo Estruturante**ÁLGEBRA**

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

Observe como os estudantes procedem para solucionar os sistemas: método da adição ou da substituição. Promova uma discussão sobre os diferentes métodos utilizados, verificando em quais casos um método é mais adequado do que o outro, ou nenhum deles.

Você pode aproveitar o item 3 para retomar as aprendizagens dos estudantes sobre a resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Antes de propor a sua realização, peça aos estudantes para observarem os quatro sistemas e analisarem os coeficientes das duas equações de cada sistema. Finalmente, pergunte quais características eles devem possuir para que o sistema seja possível e determinado, possível e indeterminado e impossível. Durante a resolução deste item incentive-os a verificar se as conclusões registradas anteriormente procedem, ou não. Estas ideias devem compor o texto da seção “Roda de conversa.”

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Diferentes grandezas presentes no restaurante

174

MATEMÁTICA



RODA DE CONVERSA

Observando os sistemas de equações dessa atividade, que características possuem que permitem que tenham uma ou duas soluções? E infinitas ou nenhuma? Converse como os colegas. Investigue e registre suas conclusões.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

Diferentes grandezas presentes no restaurante

Nesta sequência iremos calcular o volume de sólidos geométricos, como cubos e paralelepípedos, grandezas diretamente proporcionais e resolver situações-problema.

ATIVIDADE 1

Ainda com o intuito de ajudar a comunidade na organização da cozinha do restaurante, João Vítor e Júlia pensaram em equipar a cozinha com pequenas caixas de madeira para guardar frutas. João Vítor pensou que o formato de cada caixa poderia ser de um cubo com região interna de 10 cm de aresta. Júlia pensou que o formato poderia ser de um paralelepípedo com região interna de 15 cm de comprimento, 8 cm de largura e 9 cm de altura.

Atividade 1

Antes de propor a realização da situação da atividade 1, escreva na lousa “volume”, “sólidos geométricos”, “cubos”, “paralelepípedos” e “grandezas diretamente proporcionais” e incentive os estudantes a compartilhar o que já sabem sobre. Depois, oriente-os a pes-

quisar em dicionários, reais e/ou virtuais, e na coleção de livros didáticos adotada pela escola, os significados que demandam maiores esclarecimentos. Incentive os estudantes a socializar em quais situações utilizam, por exemplo, a palavra volume e, a partir dos exemplos, estabeleça relações com o significado que será tratado nesta Unidade.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M28) Solucionar problemas que abranjam o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos a partir de suas medidas

9º ANO

175



- 1 João Vítor, sem fazer contas, disse que o recipiente em formato cúbico tinha um volume interno maior que o do paralelepípedo. Você concorda com ele? Justifique sua resposta.

Não, o volume do paralelepípedo é maior.

- 2 Se o volume de cada bloco é dado pelo produto da área da base pela altura, qual é o volume interno de cada recipiente, em cm^3 ?

Cubo = 1000 cm^3 ; Paralelepípedo = 1080 cm^3

ATIVIDADE 2

- 1 Depois de finalizada a cozinha, os amigos dos jovens começaram a pensar na contratação de funcionários para atender a produção das refeições congeladas. Eles pensaram em pagar R\$ 1 000,00 fixo e um adicional de 0,25% por quantidade de refeições mensais feitas pelos funcionários.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M28) Solucionar problemas que abrangam o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos a partir de suas medidas

Atividade 1

Antes de iniciar a atividade, verifique se os estudantes se recordam como calcular o volume de sólidos geométricos. Discuta os procedimentos de cálculos, socializando os resultados. Se for o caso, apresente mais exemplos para estudantes que ainda apresentem dificuldades.

ERRATA:

No item 1 da atividade 2 o correto é adicional de R\$2,50 por quantidade de refeições mensais feitas pelos funcionários.

Converse com os estudantes sobre as fragilidades das condições de trabalho apresentadas no problema.

176

MATEMÁTICA

- a) Quais são as grandezas envolvidas nessa situação?

Pagamento e número de refeições.

- b) Essas grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

Não são proporcionais por causa do coeficiente linear.

- c) Supondo que, no mês de inauguração, um funcionário tenha vendido 150 refeições, qual será o salário desse funcionário?

R\$ 1 375,00

- 2) Escreva com as suas palavras, o que são grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Cite um exemplo e um contraexemplo para cada caso.

Resposta esperada:

Grandezas diretamente proporcionais: a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Se uma dobra a outra dobra, se uma triplica a outra triplica, se uma é dividida em duas partes iguais a outra também é reduzida à metade.

Grandezas inversamente proporcionais: a variação de uma provoca a variação da outra numa razão inversa. Se uma é dividida por dois, o valor correspondente da outra dobra, se o valor de uma é triplicado, o valor correspondente da outra é dividido por 3.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Para a realização desta atividade, organize os estudantes em dupla, e retome com os significados de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Durante a realização da atividade, verifique se eles estão aplicando os significados acordados coletivamente.

9º ANO

177

ATIVIDADE 3

João Vitor e Júlia arrumaram uma receita de suco natural com capim cidreira, hortelã e abacaxi para fazer no restaurante. Com 2 litros desse suco foi possível obter 12 copos. Eles compraram um tipo de copo descartável com tampa, pois seus amigos haviam recebido uma encomenda de 150 copos desse suco para uma festa.

João Vitor construiu uma tabela envolvendo a quantidade de litros de suco e a quantidade de copos. Observe:

Litros de suco	Quantidade de copos
2	12
x	150

- 1 Ele sabia que as grandezas envolvidas eram diretamente proporcionais, então representou por meio de uma razão a variação dessas grandezas. Faça isso você também.

$$\frac{2}{x} = \frac{12}{150}$$

- 2 Calcule a quantidade de litros de suco que deveria ser feito para atender a encomenda de 150 copos.

25 litros

Atividade 3

Auxilie os estudantes a compreender a situação e, principalmente, o item 1, pois ele envolve as ideias centrais relativas às grandezas diretamente proporcionais.

Amplie o que o item solicita, pedindo a representação dos dados do quadro na forma de uma proporção. Seguem algumas possibilidades:

$$\frac{2}{x} = \frac{12}{150} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{12} = \frac{x}{150} \quad \text{ou} \quad \frac{12}{2} = \frac{150}{x}$$

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Aproveite estas igualdades para retomar: o procedimento conhecido como “regra de três”, a relação entre as proporções e as frações equivalentes. Valorize e promova um debate sobre os diferentes procedimentos surgidos entre os estudantes. Depois, problematize as três proporções descritas anteriormente. A última, por exemplo, favorece a percepção de que $12 : 6 = 2$ e, como é uma situação envolvendo grandezas diretamente proporcionais, $x = 150 : 6$.

178

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 4

João Vitor gostou tanto de resolver problemas envolvendo variação de grandezas que desafiou Júlia a resolvê-los e a explicar a diferença entre os dois tipos de problema, no que diz respeito às grandezas. Ajude-a na resolução e na explicação.

- 1 O pai de João Vitor gasta 30 minutos no percurso de casa ao trabalho, com uma velocidade média de 50 km/h. Se a velocidade média for aumentada para 60 km/h, quanto tempo será gasto?

25 minutos

- 2 Os amigos decidiram vender cada copo de suco por R\$ 2,50. A intenção deles era arrecadar R\$ 300,00 com a venda de suco. Quantos copos de suco teriam que vender para conseguir esse valor?

120 copos

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Atividade 4

É importante os estudantes perceberem que a solução do problema apresentado no item 1, depende do fato de a distância percorrida ser a mesma. Incentive-os a pensar nas grandezas envolvidas na situação e a antecipar a resposta: será maior que, igual a, ou maior que 30 minutos? Por quê? Verifique se eles percebem que, quanto maior é a velocidade de um veículo, menor será o tempo necessário para percorrer a mesma distância.

Observe se aparecem respostas do tipo: 0,6h ou 36 min. Caso apareçam, considere-as como objetos de reflexão de todos os estudantes.

Após a leitura do enunciado do item 2, pelos estudantes, pergunte quais são as grandezas envolvidas e

se elas se relacionam da mesma forma como ocorre no item 1. Conscientes de que o problema envolve grandezas diretamente proporcionais, peça aos estudantes para solucioná-los. No painel de resolução, motive a socialização de diferentes procedimentos.

Caso não surja, solicite a análise da resolução a seguir:

R\$ 2,50 – 1 copo

R\$ 25,00 – 10 copos

R\$ 50,00 – 20 copos

R\$ 100,00 – 40 copos

R\$ 300,00 – 120 copos

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – As curiosidades de João Vítor

9º ANO

179

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

As curiosidades de João Vítor

Nesta sequência iremos continuar nossos estudos sobre razão entre duas grandezas.

ATIVIDADE 1

João Vítor estava no carro com seu pai e escutou uma notícia com a seguinte frase: a velocidade média, hoje, no centro, é de 50 km/h. Como ele é muito curioso, perguntou a seu pai o que era velocidade média.

Seu pai disse:

A velocidade média é a razão entre a distância percorrida (geralmente em quilômetros ou metros) e o tempo gasto no percurso (geralmente em horas ou segundos).

$$V_m = \frac{d}{t} = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}}$$

- 1) Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

Grandezas diretamente proporcionais: velocidade e distância / tempo e distância;

Grandezas inversamente proporcionais: velocidade e tempo

Atividade 1

Se for preciso, contextualize que a atividade envolve a distância entre duas cidades: 240 km. Em seguida, orientar os estudantes para determinar o tempo de viagem de um veículo que se desloca a uma velocidade média de 40km/h, 50 km/h, 60 km/h, 80 km/h, 100km/h. Eles vão perceber que, quanto maior é a velocidade média, menor será o tempo de viagem e vice-versa, e deduzir que, nestas condições, velocidade média e tempo são grandezas inversamente

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

proporcionais. Em seguida, combine com eles que a velocidade média será a mesma, por exemplo: 50 km/h. O que vai acontecer com a distância percorrida por um veículo em 1h, 2h, 3h, 4h, 6h? Nestas condições, distância e tempo serão grandezas diretamente proporcionais. Finalmente, mantenha o tempo fixo, por exemplo, 2h. Qual será a distância percorrida por um veículo com uma velocidade média de 50 km/h, 60 km/h, 80 km/h? Nestas condições, distância e velocidade são grandezas diretamente proporcionais.

180

MATEMÁTICA

- 2 João Vitor faz treinos de bike a uma velocidade constante de 20 km/h. Qual é a distância percorrida por ele em 3 horas de treino?

60 km

ATIVIDADE 2

O pai de João Vitor explicou que a velocidade média de um meio de transporte influencia no consumo médio de combustível e explicou:

O consumo médio é a razão entre a distância percorrida e a quantidade de combustível gasta nessa distância.

$$C = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{quantidade de combustível}}$$

- 1 Essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

Grandezas diretamente proporcionais.

- 2 Se o consumo médio de combustível de um ônibus coletivo for de 10 km por litro, o que isto significa em questão de gasto e distância?

Que a cada 10 km é gasto 1 litro de combustível.

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Atividade 1

Antes de passar para o próximo item e socializar os procedimentos de resolução do item 2, altere o problema original. Algumas possibilidades: a) alterar 20 km/h para 40 km/h e 80 km/h; b) alterar 3 horas para 6h e 1,5h e relacionar esta discussão ao item 1 da página 179.

Atividade 2

Explore o item 2 da atividade 2 pois, pode ser que o fato de não digirir um carro, dificulte a sua interpretação. Problematicize: o painel do ônibus indica que existem 2 L de combustível. Quantos km, no mínimo, este ônibus ainda pode percorrer antes de parar em posto?. Quantos litros de combustível são necessários para ônibus percorrer 120 km?

9º ANO

181

- 3 A família de João Vítor resolveu visitar a cidade de Santos, percorrendo 80 km, saindo de São Paulo, com um micro-ônibus. Nesse percurso foram gastos 10 litros de combustível. Qual foi o consumo médio?

8 km por litro.

ATIVIDADE 3

João Vítor conversou muito com seu pai durante a viagem. E ele falou que a densidade demográfica na cidade de Santos era a décima do Estado de São Paulo, de acordo com o IBGE. João Vítor não sabia o que era densidade demográfica e seu pai explicou:

A densidade demográfica é a razão entre o número de habitantes (população) e a área ocupada. Por isso, o resultado é dado em número de habitantes por km².

$$Dd = \frac{\text{população}}{\text{área}}$$

Ele disse que a densidade demográfica da cidade de Santos era de **1 494,26 hab/km²**. Depois dessa explicação, desafiou João Vítor para calcular a densidade demográfica da cidade de São Paulo e disse:

O município de São Paulo tem aproximadamente 12 106 920 habitantes e sua área é de 1 521,11 km²

- 1 Qual é a densidade demográfica da cidade de São Paulo?

7 959,27 hab/km²

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Atividade 3

Para realização desta atividade, faça um levantamento do conhecimento prévio dos estudantes sobre a expressão “densidade demográfica” e, se for possível, providencie jornais e/ou revistas onde ela esteja presente. Outra possibilidade é realizar uma pesquisa no Laboratório de Informática da escola. Verifique com os estudantes se eles sabem como é feito o cálculo da densidade demográfica. Esclareça que, por ser a densidade demográfica a razão entre o número de habitantes (população) e a área ocupada, o resultado é determinado em número de habitantes por km². Você pode utilizar os espaços da escola para ajudar os estudantes a com-

preender o conceito de densidade demográfica: a) reproduzir em uma superfície plana um quadrado de 1m de lado, pedir a alguns estudantes para se posicionarem sobre este polígono e socializar qual é a densidade demográfica nessa situação. Depois, faça o mesmo para uma superfície de 2 m², para a superfície da sala de aula, da quadra ou a do pátio interno.

Como atividade complementar, solicite que os estudantes pesquisem o número de habitantes do bairro onde moram, ou da região, por exemplo: Freguesia do Ó, São Miguel Paulista, Butantã ou Campo Limpo e realizem, depois, o cálculo da densidade demográfica dessa região.

ATIVIDADE 4

Estava chegando a hora de João Vítor e Júlia fazerem a pesquisa para o TCA (Trabalho Colaborativo de Autoria). Eles já haviam estudado as etapas para a realização de um projeto de pesquisa e sobre como utilizar um método científico para desenvolver a pesquisa para o TCA. E você, como está organizando seu TCA? Quais etapas já foram cumpridas e quais ainda precisam encaminhar?

Vamos retomar o que já foi feito e organizar as etapas que ainda precisam ser realizadas para a continuidade do trabalho.

- 1 Já escolheram o assunto ou problema de pesquisa do trabalho?

Resposta pessoal.

- 2 Qual foi o motivo da escolha desse assunto ou problema?

Resposta pessoal.

- 3 Já realizou estudos acerca do assunto escolhido? Comente as contribuições encontradas para a sua pesquisa.

Resposta pessoal.

- 4 O assunto ou problema escolhido tem relevância social?

Resposta pessoal.

Eixo Articulador**PROCESSOS MATEMÁTICOS**

- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa que envolva os conhecimentos matemáticos, usando o método científico de maneira que possa subsidiar o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA).

Atividade 4

Em continuação da atividade 4, comente que agora eles retomarão o que já foi realizado anteriormente, e delimitarão as etapas que precisam ser cumpridas. Solicite que leiam as questões 1, 2, 3 e 4 propostas, e que respondam no caderno do estudante. Retome, se necessário, as etapas do projeto de pesquisa para a construção do TCA.

9º ANO

183

5 Já foram definidos os objetivos da pesquisa? Quais são?

Resposta pessoal.

6 Qual problema formulado que merece destaque?

Resposta pessoal.

7 Já pensaram em um caminho para a resolução desse problema?

Resposta pessoal.

Eixo Articulador

PROCESSOS MATEMÁTICOS

- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa que envolva os conhecimentos matemáticos, usando o método científico de maneira que possa subsidiar o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA).

Verifique se os estudantes compreenderam as perguntas. Espera-se que apresentem a temática de pesquisa e a limitação do problema, o que está sendo realizado ou que está sendo planejado, no que diz respeito à problemática constatada, o impacto alcançado e esperado para o projeto. Por fim,

apontem os principais desafios que ainda precisam superar com a sua ajuda. Seria importante anotar as pendências e organizar um cronograma para o desenvolvimento das etapas. Mas, chame a atenção para as potencialidades e os resultados que pretendem alcançar.

184

MATEMÁTICA

8 Que pesquisas pretendem fazer? Registre-as.

Resposta pessoal.

9 Quais recursos utilizarão para realizar a pesquisa?

Resposta pessoal.

10 Quais etapas são importantes para desenvolver o trabalho? Registre-as.

Resposta pessoal.

Eixo Articulador

PROCESSOS MATEMÁTICOS

- (EF09M38) Elaborar um projeto de pesquisa que envolva os conhecimentos matemáticos, usando o método científico de maneira que possa subsidiar o Trabalho Colaborativo de Autoria (TCA).

9º ANO

185

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1 Calcule mentalmente 10% de: - R\$ 25,00 – R\$ 2,50 - R\$ 100,00 – R\$ 10,00 - R\$ 45,00 – R\$ 4,50 - R\$ 164,50 – R\$ 16,45 - R\$ 95,00 – R\$ 9,50 - R\$ 500,00 – R\$ 50,00 - R\$ 1 025,00 – R\$ 102,50 - R\$ 825,00 – R\$ 82,50	CM 2 Calcule mentalmente 25% de: - R\$ 100,00 – R\$ 25,00 - R\$ 20,00 – R\$ 5,00 - R\$ 45,00 – R\$ 11,25 - R\$ 160,00 – R\$ 40,00 - R\$ 95,00 – R\$ 24,25 - R\$ 500,00 – R\$ 125,00 - R\$ 1 020,00 – R\$ 255,00 - R\$ 810,00 – R\$ 225,00
CM 3 Calcule mentalmente a média aritmética entre os seguintes números 10 e 20 – média 15 - Entre 100 e 50, média 75 30 e 60, média 45 70 e 100, média 85 42 e 52, média 47 87 e 99, média 93 100 e 115, média 107,5 185 e 293, média 239	CM 4 Enquadrar as médias aritméticas entre dois números. - A média aritmética de 32 e 49 está entre 40 e 41 - A média aritmética de 100 e 105 está entre 102 e 103 - A média aritmética de 200 e 251 está entre 225 e 226 - A média aritmética de 500 e 2 500 está entre 1 499 e 1 501 - A média aritmética de 841 e 832 está entre 836 e 837 - A média aritmética de 905 e 1 000 está entre 952 e 953

As atividades de Cálculo Mental propostas são sugestões para que os professores. Elas podem ser acrescentadas ou modificadas de acordo com as necessidades de aprendizagens da turma.

HORA DA RETOMADA

- 1 Em uma loja de brinquedos, uma bicicleta estava com o seguinte anúncio:

Só hoje! A bicicleta tem 5% de desconto e, para pagamento à vista, mais 5%. Aproveitem!



Ilustração: Freepik

Considerando que a bicicleta custa R\$ 500,00, qual seria o valor para pagamento à vista, nesse dia?

451,25

- 2 Quatro torneiras de mesma vazão, funcionando juntas, enchem um recipiente em 12 minutos. Se fechar uma delas, em quanto tempo o recipiente estará cheio?

16 minutos

- 3 Classifique o sistema $\begin{cases} -x + 2y = -3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ como: possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

Possível e determinado: $x = -7$ e $y = -5$

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M07) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que envolvam porcentagens com a ideia de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais e de juros simples.
- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Enquanto os estudantes realizam individualmente as atividades da seção Hora da Retomada, circule pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento

para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem.

Registre as dificuldades observadas para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

- 4 (ENEM 2011 - Adaptado) Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, as famílias precisam caminhar quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo. Segundo esse levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2 , é de:

a) 250 b) 25 c) 2,5 d) 0,25 e) 0,025

b

- 5 (ENEM) Uma fábrica produz barras de chocolates no formato de paralelepípedos e de cubos, com o mesmo volume. As arestas da barra de chocolate no formato de paralelepípedo medem 3 cm de largura, 18 cm de comprimento e 4 cm de espessura.

Analisando as características das figuras geométricas descritas, a medida das arestas dos chocolates que têm o formato de cubo é igual a:

a) 5 cm b) 6 m c) 12 cm d) 4 km e) 5 cm

b

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M12) Analisar, interpretar, formular e resolver problemas que incluam sistemas de equações de 1º e 2º graus.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M28) Solucionar problemas que abranjam o cálculo de volumes de cubos e paralelepípedos a partir de suas medidas.
- (EF09M31) Solucionar problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

UNIDADE 7

Ao longo desta Unidade, os estudantes vão ampliar seus conhecimentos matemáticos, nos eixos de Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas.

No eixo Álgebra, os estudantes analisaram e representaram padrões e funções, utilizando expressões algébricas, mas também fazendo uso de tabelas e gráfico.

Já no eixo Geometria, os estudantes terão a oportunidade de conhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência que permitirão aos estudantes relacionarem estes elementos, podendo para isto fazer uso de softwares de geometria dinâmica como o Geogebra, que pode ser acessado no próprio laboratório de informática, caso seja possível.

Também irão retomar o trabalho com as transformações geométricas, identificando, observando e

construindo reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações, por meio de obras de artes de Maurits Cornelis Escher (1898-1972), um dos artistas gráficos mais famosos do mundo. Sua arte é apreciada por milhões de pessoas, e há muitos sites na internet que falam dele e de suas obras. Escher é muito conhecido e apreciado pelas suas construções ditas impossíveis como Ascendente e Descendente, Relatividade, suas Gravuras de Transformação, como Metamorfose I, Metamorfose II e Metamorfose III, Céu e Água I ou Répteis.

No eixo Grandezas e Medidas, os estudantes vão estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência, e a partir desses conhecimentos os estudantes podem utilizá-los no cálculo da área de círculos.

Na Unidade 7 também foram organizadas atividades que permitem o avanço com o cálculo mental, envolvendo o cálculo de diferentes operações com números reais.

Na Hora da Retomada os estudantes poderão acompanhar sua aprendizagem observando o que efetivamente aprenderam sobre os temas matemáticos que foram discutidos na Unidade.



Para saber mais sobre Escher, sua biografia e obras você e seus estudantes podem acessar o seu site oficial, lá será possível ter acesso a sua biografia, e imagens de desenhos e pinturas mais famosas. Disponível em: <https://www.mcescher.com/>. Acesso em: 20 agosto de 2018.

UNIDADE 7

Na Unidade 7, você terá a oportunidade de analisar e identificar padrões, utilizando desenhos, expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

Poderá jogar com seus colegas em situações que envolvem estratégias de percepção de regularidades. Além disso, irá reconhecer e utilizar arcos e ângulos centrais inscritos em uma circunferência. Irá explorar ornamentos no plano, identificando simetrias e estabelecerá a relação entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência.

Nessa unidade você irá acompanhar os amigos Luiz e Márcio, que têm 16 anos, são amigos de escola e irão, pela primeira vez, passear no parque da cidade de São Paulo, o Ibirapuera.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

GEOMETRIA

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.
- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Alguns procedimentos preliminares:

- Leia com atenção os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações que serão realizadas, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para solucioná-las, antecipando dúvidas que por ventura poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento.



GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.
- (EF09M30) Calcular a área de círculos.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Desafios com padrões

190

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Desafios com padrões

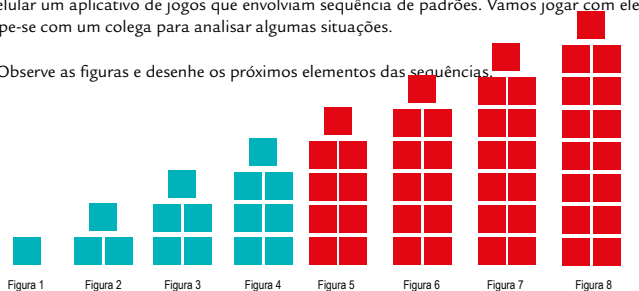
Nessa sequência analisaremos e representaremos padrões e funções de diferentes formas e realizaremos um jogo sobre regularidades, que envolverá a busca de estratégias e percepção do processo de generalização.

ATIVIDADE 1

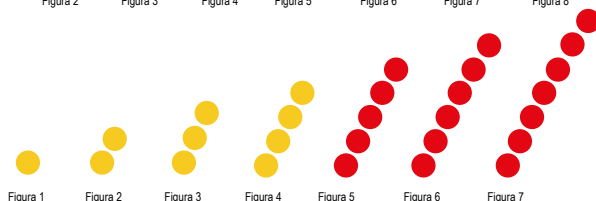
Márcio e Luiz iriam ao Parque Ibirapuera de bicicleta, mas, antes, precisavam repor algumas peças das bicicletas que estavam quebradas. Enquanto esperavam, na oficina, abriram no celular um aplicativo de jogos que envolviam sequência de padrões. Vamos jogar com eles? Agrupe-se com um colega para analisar algumas situações.

- 1 Observe as figuras e desenhe os próximos elementos das sequências.

a)



b)



Atividade 1

Antes iniciar a atividade, comente com os estudantes que eles analisarão e representarão padrões e funções. Verifique os conhecimentos prévios a respeito. Para isso, você pode escrever na lousa as palavras padrões e funções e pedir exemplos de frases e/ou situações onde elas estão presentes. Depois, organize os estudantes em duplas e verifique se compreenderam o enunciado do item 1 da Atividade 1. Pergunte se existe alguma relação entre a quantidade de quadrados e de círculos e a posição da figura em cada sequência. Neste momento, priorize o desenvolvimento e a expressão do pensamento al-

górico, e não da linguagem algébrica, abordando-a em aulas posteriores. Incentive os estudantes a analisar as figuras, o modo como elas vão se transformando de uma posição para a seguinte. Discuta e socialize as construções e, a partir delas, auxilie os estudantes a perceber as regularidades. Como atividade complementar, sugere-se que os estudantes apresentem uma sequência de figuras com os quadradinhos pintados em malha quadriculada e, em seguida, troquem de malha entre si, para que um possa analisar a sequência criada pelo outro.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

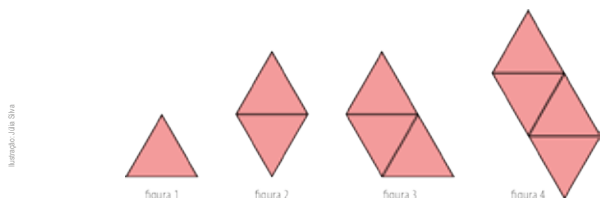
- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

9º ANO

191

ATIVIDADE 2

- 1 Outro desafio do aplicativo, apresentava a imagem composta por triângulos equiláteros de lados iguais a 2 cm. Observe as imagens e responda às questões propostas.



- a) Quais são as figuras 5 e 6? Desenhe-as.

Trapézio e paralelogramo

- b) Quantos triângulos compõem a figura 7? E a figura 10?

7 e 10 triângulos

- c) O que você observa em relação à quantidade de triângulos e ao perímetro da figura em cada posição? Justifique.

A quantidade de triângulos corresponde ao número que indica a posição da figura. Para o perímetro, uma das opções é a regra $P = (n + 2) \cdot 2 = 2n + 4$ sendo n o número da figura.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

Atividade 2

Oriente os estudantes a observar atentamente a figura composta por triângulos equiláteros de lado medindo respectivamente 2 cm. Auxilie-os a perceber que, a partir da figura 3, aparecem, alternadamente, trapézios e paralelogramos.

Após a resolução e correção do item 1c, proponha, caso não tenha surgido entre os estudantes, a formulação de uma expressão algébrica que permite o cálculo do perímetro de qualquer figura da sequência em função da posição que ela ocupa. Espera-se como resposta, algo equivalente a $n + 4$, onde n representa a posição da figura na sequência.

192

MATEMÁTICA

- d) Qual é o perímetro da figura formada por 25 triângulos?

54 cm

- e) Represente, por uma expressão algébrica, o perímetro da figura da posição n .

 $P = 2n + 4$

- 2) Ainda no ônibus, Márcio mostrou a sequência numérica do desafio para seu colega Luiz:

2, 6, 12, 20, ..., 56, ..., 110, ...

Luiz foi desafiado a descobrir a lei de formação da sequência. Para isso, construiu uma tabela. Observe.

Posição do termo	Termo	Expressão do Termo
1	2	$1 \cdot 1 + 1$
2	6	$2 \cdot 2 + 2$
3	12	$3 \cdot 3 + 3$
4	20	$4 \cdot 4 + 4$

- a) Se Luiz estiver certo, qual será a posição do termo 56 da sequência? E do termo 100?

Posição 7 para o termo 56. O termo 100 não aparece nessa sequência, por que não existe um número natural que, multiplicado por ele mesmo e, em seguida adicionado a este número resulte no número 100: $9 \cdot 9 + 9 = 81 + 9 = 90$ e $10 \cdot 10 + 10 = 110$.

- b) Determine uma expressão algébrica que represente o termo em cada posição.

 $n \cdot n + n$

- c) Explique como você faria para determinar cada termo dessa sequência, dada a expressão da lei de formação.

Resposta pessoal.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

Antes de propor a resolução dos itens 2a, 2b e 2c, incentive os estudantes a socializarem quais são os números que estão entre 20 e 56. Valorize os diferentes procedimentos surgidos entre os estudantes. Algumas possibilidades:

- a) $2 + 4 = 6$, $6 + 6 = 12$, $12 + 8 = 20$, $20 + 10 = 30$, $30 + 12 = 42$, $42 + 14 = 56$,...
- b) $2 = 2 \cdot 1$; $6 = 3 \cdot 2$; $12 = 4 \cdot 3$; $20 = 5 \cdot 4$; $30 = 6 \cdot 5$,...
- c) $2 = 1 \cdot 1 + 1$; $6 = 2 \cdot 2 + 2$; $12 = 3 \cdot 3 + 3$; $20 = 4 \cdot 4 + 4$,...

Utilize estes procedimentos para mostrar a equivalência entre eles.

Promova uma discussão dos resultados, averiguando as justificativas sobre como fariam para determinar cada termo dessa sequência, dada a expressão.

Proponha, como atividade complementar, que os próprios estudantes construam uma sequência e, enquanto realizam esta proposta, verifique se compreenderam as características de uma sequência. Depois, socialize as sequências elaboradas, a fim de que eles mesmos tenham a percepção do processo de generalização.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Conhecendo a roda da bicicleta

9º ANO

193

ATIVIDADE 3

- 1 Luiz gostou da brincadeira e propôs a um amigo dois desafios com seu aplicativo. Vamos ajudá-lo a resolver.

- a) **Desafio 1** – Observe a sequência abaixo e descreva o padrão de regularidade desta sequência e indique qual é a letra que ocupa a 46ª posição.

A B C D E F A B C D E F A B ... C

D

- b) **Desafio 2** – Observe a sequência de imagens abaixo e identifique o padrão de regularidade. Indique qual é a imagem que ocupa a 24ª posição.



Igual ao da quarta imagem.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Conhecendo a roda da bicicleta

Quando as bicicletas foram entregues, os dois amigos se interessaram em saber mais sobre a roda da bicicleta, pois ela tinha o formato de uma circunferência e eles desconheciam seus elementos, como: arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos. Ficaram empolgados para aprender mais. Vamos acompanhá-los.

Atividade 3

Aproveite o desafio 1a para estabelecer relações intramatemáticas. Para tanto, você pode registrar um quadro na lousa e pedir aos estudantes para completá-las: Posições ocupadas pelas letras...

Letras	Posições								
A	1	7	13	19	25	31	37	43	49
B	2	8	14	20	26	32	38	44	50
C	3	9	15	21	27	33	39	45	51
D	4	10	16	22	28	34	40	46	52
E	5	11	17	23	29	35	41	47	53
F	6	12	18	24	30	36	42	48	54

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

Problematize os números do quadro relacionando-os às letras A, B, C, D, E, F. São muitas as possibilidades: a posição de cada letra forma uma sequência, na qual para determinar a próxima posição basta adicionar 6 unidades. As posições das letras A, C, E são indicadas por números ímpares, enquanto as posições das letras B, D, F são indicadas pelos números pares e, particularmente, as posições ocupadas pela letra F são indicadas por múltiplos de 6. Esta última percepção, em particular, auxilia a descoberta da posição ocupada por qualquer letra.

Algo parecido pode ser feito com a sequência do item 1b.

ATIVIDADE 1

Na loja Bike Estilo, o vendedor explicou algumas particularidades sobre a roda: a roda possui um conjunto central de peças, chamado de cubo, e fios que ligam esse cubo ao aro da bicicleta são chamados de raio da roda.

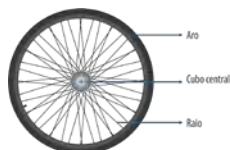


Ilustração: J. A. Silva

Os rapazes pesquisaram e descobriram como traçar uma circunferência utilizando régua e compasso. Descobriram também que, unindo o centro dessa circunferência com qualquer um de seus pontos, obtém-se o seu raio.

- 1 Utilizando um compasso, trace uma circunferência de 4 cm de raio (verifique a abertura do compasso com a régua, coloque a ponta seca do compasso no centro M e com a abertura de 4 cm, trace a circunferência). Com uma régua, trace um segmento que representa o raio, ligando M a qualquer ponto da circunferência.

Construção do estudante.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Atividade 1

Antes de iniciar esta atividade, solicite que os estudantes comentem as características de uma roda de bicicleta. Registre as indicações na lousa. Em conjunto com a turma, faça a leitura dos conceitos iniciais sobre circunferência. Apresente alguns de seus elementos como o diâmetro, o raio e o arco de circunferência. Trace na lousa algumas circunferências, com o compasso, e aproveite para mostrar como utilizar este instrumento corretamente. Explique que o tamanho da circunferência varia em função da abertura que foi utilizada no compasso. Verifique se os estudantes compreenderam, e peça

que alguns venham até a lousa traçar algumas circunferências, depois, peça que identifiquem nelas, o raio e o diâmetro.

Ao ler o enunciado da atividade e observar a ilustração, esclareça que a circunferência é o conjunto dos pontos que são equidistantes de um ponto, denominado de centro de circunferência e que, ligando esse centro com qualquer um de seus pontos, tem-se o raio da circunferência. Exemplifique na lousa. Retome a utilização correta do compasso e, enquanto realizam a atividade, verifique se estão seguindo as orientações do enunciado do item 1. Socialize e discuta as construções.

- 2 Marque 5 pontos A, B, C, D e E quaisquer na circunferência. Com a régua, trace segmentos de reta unindo cada ponto até o ponto M e meça os comprimentos. Qual sua conclusão sobre esses resultados? **Todos os segmentos possuem a mesma medida.**

**TOME NOTA**

Circunferência é o conjunto de todos os pontos que são equidistantes de outro ponto, chamado de centro da circunferência.

- 3 Construa, com compasso, uma circunferência de 5 cm de raio e, com uma régua, trace segmentos de reta que correspondam aos elementos da circunferência citados a seguir:
- Raio é um segmento de reta com uma extremidade no centro e outra na circunferência.
 - Corda é um segmento de reta cujas extremidades são dois pontos quaisquer da circunferência.
 - Diâmetro é qualquer corda que passa pelo centro da circunferência.

Construção do estudante.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Aproveite o item 3 da Atividade 1 para avaliar se os estudantes compreenderam as definições de raio, corda e diâmetro e se utilizam corretamente o compasso para construir circunferências. Faça as intervenções necessárias.

196

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 2

- 1 Utilize a circunferência traçada na questão 3, da atividade anterior, para responder às questões que seguem.

a) Com a régua, meça o diâmetro e o raio e registre os respectivos comprimentos.

Diâmetro = 10 cm; Raio = 5 cm

b) Que relação você pode observar entre a medida do diâmetro e a do raio de uma circunferência? Justifique sua resposta.

O raio tem a metade da medida do diâmetro, ou o diâmetro é igual ao dobro da medida do raio.

- 2 Qual é a maior corda que podemos traçar em uma circunferência?

Diâmetro

- 3 A loja Bike Estilo entrega rodas embaladas em caixas. Se uma roda tem 15 cm de raio, qual deve ser, no mínimo, a largura da caixa?

30 cm

ATIVIDADE 3

Depois de conhecerem um pouco mais sobre o raio da circunferência, relacionado ao que chamamos de aro da bicicleta, os meninos procuravam uma roda que fosse diferente e encontraram uma colorida, da qual Luiz gostou muito.



Ilustração: João Silva

Atividade 2

Aproveite o item 3 da Atividade 1 para verificar se, em uma situação contextualizada, os estudantes utilizam corretamente as definições de raio e de diâmetro.

Amplie esta atividade, propondo outras perguntas:

- a) e se o raio da roda medisse 20 cm, ou 26 cm?
b) e se o diâmetro da roda medisse 50 cm ou 38 cm?

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Atividade 3

Aproveite o texto desta atividade para verificar se os estudantes compreenderam as ideias apresentadas, associam-nas à imagem apresentada logo abaixo do texto e se relacionam com a definição de arco de circunferência.

9º ANO

197

Márcio ficou curioso em saber como era possível fazer isso em uma roda e o vendedor explicou que utilizam conceito de ângulo. Luiz logo lembrou que, se você traçar uma circunferência, marcar nela 2 pontos quaisquer e distintos M e N , então você terá duas partes nessa circunferência chamadas de arcos de circunferência. Observe:

Ilustração: Julia Silva

**TOME NOTA**

Dois pontos diferentes, M e N , de uma circunferência a dividem em duas partes. Cada uma dessas partes é chamada de **arco de circunferência**.

- 1 Trace uma circunferência de centro O e marque os arcos, cada um com uma cor diferente.
- 2 Marque na circunferência o ponto S para determinar o arco maior e indique: $\widehat{MSN}$.
- 3 Trace os raios OM e ON . Que figura foi formada por esses segmentos?

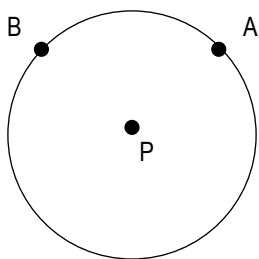
Construção do estudante.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Para a realização desta atividade, organize os estudantes em dupla. Peça-lhes que leiam o enunciado. Verifique se eles associam o arco de uma circunferência a uma parte do comprimento desta circunferência, delimitado por dois pontos quaisquer que pertence à circunferência.

Exemplo:



Auxilie os estudantes a perceber que os pontos A e B delimitam dois arcos que, dependendo da posição sobre a circunferência, possuem medidas diferentes. Aproveite os itens 1, 2 e 3 para apresentar modos de indicar arcos e raios de circunferências.



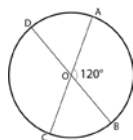
TO ME NOTA

Esse ângulo, cujo vértice é o centro da circunferência, é chamado de **ângulo central**. A medida em graus de um arco de circunferência é a medida do ângulo central que corresponde a esse arco.

- 4 Identifique, na sua circunferência, um ângulo central e meça esse ângulo com transferidor. Registre aqui a medida.

Construção do estudante.

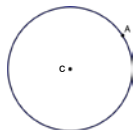
- 5 Determine, na circunferência seguinte, a medida dos arcos $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ e $\widehat{CD}$.



$m(\widehat{AB})$	$m(\widehat{BC})$	$m(\widehat{CD})$
120°	60°	120°

ATIVIDADE 4

- 1 Luiz lembrou ainda que é possível inscrever um ângulo em uma circunferência. Observe os procedimentos e realize a construção: Na circunferência com centro C, marque dois pontos: B e D. Construa um ângulo com vértice A e cujos lados passem pelos pontos B e D.



Oriente os estudantes a relacionar as ideias do texto à definição de ângulo central. Depois, auxilie-os a estabelecer relações entre ângulo central, arco de circunferência e as respectivas medidas. Problematicize: por que a medida em graus de um arco de circunferência é equivalente à medida do ângulo central correspondente a este arco?

Durante a realização do item 5, circule pela classe e registre quais procedimentos podem ser compartilhados aos demais colegas da turma. Observe se há estudantes que utilizam o conhecimento sobre ângulos opostos pelo vértice e o ângulo de 360° para determinar as medidas dos três arcos.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Construção de ângulo inscrito na circunferência.



TOME NOTA

Ângulo inscrito em uma circunferência é todo ângulo cujo vértice é um ponto da circunferência e cujos lados são secantes - ou um secante e um tangente - a ela.

- 2 Indique o arco formado pelo ângulo inscrito.

$\widehat{BAD}$

- 3 Nessa mesma circunferência, com uma régua, trace os segmentos $\overline{CB}$ e $\overline{CD}$.

Com um transferidor, meça o ângulo inscrito $\widehat{BAD}$ e o ângulo central $\widehat{BCD}$. Registre essas medidas. Marque outro vértice na circunferência, representado pela letra E, determinando outro ângulo inscrito: $\widehat{BED}$. Meça esse ângulo e o compare com o ângulo central $\widehat{BCD}$. O que você pode observar com relação às medidas de um ângulo central e um ângulo inscrito, ambos determinando o mesmo arco?

Em uma circunferência, a medida de um ângulo inscrito é a metade da medida angular do seu arco correspondente.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.



O texto é curto, contudo apresenta muitos termos e/ou expressões que demandam ações docentes para serem compreendidas: ângulos inscritos, secante e tangente.

Utilize a construção dos estudantes para abordar a relação entre a medida do ângulo central e o ângulo inscrito, ou seja, a medida do ângulo inscrito será a metade da medida do ângulo central correspondente:

$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

200

MATEMÁTICA

**TOME NOTA**

A medida de um ângulo inscrito é **igual** à metade da medida do ângulo central correspondente, ou seja, que determina o mesmo arco de circunferência.

- 4 Determine o valor de α em cada circunferência abaixo.

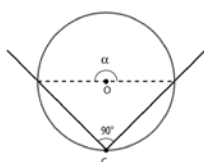
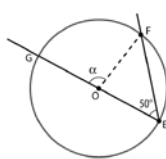
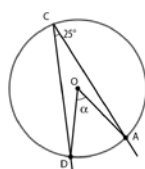
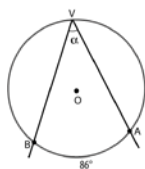


Imagem: Alameda

43°, 50°, 100°, 180°

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Após a leitura e a discussão sobre o conteúdo do texto da seção **TOME NOTA**, peça aos estudantes para analisarem as quatro circunferências do ITEM 4 e socializem o que possuem em comum e o que as diferencia. Espera-se a percepção de que todas elas são congruentes, em todas há um ângulo inscrito, a indicação do centro da circunferência, do ângulo alfa.



Promova uma discussão dos resultados. O link indicado a seguir apresenta algumas atividades que poderão ser utilizadas como complementares: <http://files.edu-apest1.webnode.pt/200000352-27248281eb/angulos%20inscritos.pdf>.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – Museus de Arte Moderna e Simetria

9º ANO

201

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

Museu de Arte Moderna e Simetria

Nesta sequência, você vai explorar figuras no plano, verificando a presença da simetria axial, da rotação e da translação.

ATIVIDADE 1

Após a compra da roda para a bicicleta de Luiz, os amigos foram ao Parque Ibirapuera. Márcio e Luiz estavam encantados com o tamanho do parque e a quantidade de coisas que eles poderiam visitar: Museu, Oca, Planetário, Auditório, Jardim das Esculturas, Pavilhão Japônês e a Marquise do Ibirapuera.

Como não tinham muito tempo, optaram em conhecer o Museu de Arte Moderna (MAM) e fazer um minicurso que estava acontecendo lá.

O minicurso explorava os três tipos básicos de transformações geométricas no plano: reflexão (simetria axial), translação e rotação.

1 Eles realizaram uma atividade. Participe também. Pegue uma folha sulfite ou do seu caderno, e lápis de cor. Siga as instruções:

- Dobre a folha sulfite ao meio no sentido da largura e marque bem o vinco.
- Com a folha dobrada, faça um desenho em uma metade da folha apertando o lápis para que a marca apareça na outra metade.
- Abra a folha e contorne seguindo as marcas que apareceram nas duas metades. Pinte os 2 desenhos e trace com lápis a linha da dobra que você fez inicialmente, para que ela fique visível.

O que você observa em relação às duas imagens obtidas? Qual é a sua conclusão a respeito da linha da dobra que divide a folha?

Os estudantes devem afirmar que obtiveram uma imagem igual a que tinham desenhado inicialmente, porém na outra metade de folha.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Material necessário:

- Providenciar folha de sulfite para esta atividade.



Para saber mais sobre as transformações geométricas, leia o texto: Geometria das transformações, na Orientações Didáticas do Currículo da Cidade, V.2, p. 70 – 86.

Atividade 1

Converse com eles sobre o Parque Ibirapuera: quem já conhece, quem ainda não, se fica muito distante de onde moram.



Se for possível, organizar junto com o Professor Orientador de Informática Educativa, uma visita virtual ao parque. O site oficial é o <https://parqueibirapuera.org>. Acesso em 30.04.2019.

Antes de iniciar a atividade, retome com os estudan-

tes os conceitos relativos às transformações geométricas (reflexão, rotação e translação).

Depois, distribua folha de sulfite para os estudantes. Em seguida peça que sentem com um colega para discutir e resolver a atividade proposta.

Questione-os sobre o que eles observaram em relação às duas imagens obtidas. Espera-se que os estudantes percebam que obtiveram uma transformação geométrica de reflexão, ou seja, simetria axial.

202

MATEMÁTICA

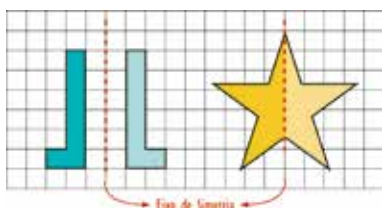
Ao terminar essa oficina, os rapazes descobriram que obtiveram uma imagem refletida por uma transformação geométrica, denominada de simetria de reflexão (simetria axial).



TOME NOTA

Simetria de reflexão axial é uma transformação geométrica que reflete uma figura por um eixo, chamado de eixo de simetria.

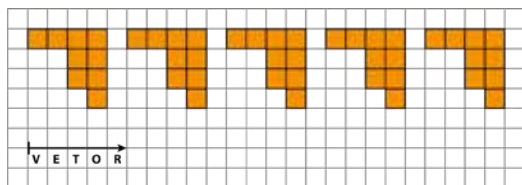
Depois os estudantes encontraram alguns exemplos de simetria axial, ou reflexão por uma reta:



Núcleo de Jullia Silva

ATIVIDADE 2

Outra atividade do minicurso era observar uma sequência de figuras, obtidas por translações, gerando uma faixa decorativa. Depois, tinham que criar outras figuras por meio da translação indicada por um vetor. Eles descobriram que, neste caso, o vetor é o segmento orientado de reta que informa a direção e o sentido do deslocamento da figura. A medida da translação também é indicada. Observe:



Núcleo de Jullia Silva

O texto da seção **TOME NOTA** apresenta uma definição de reflexão axial. Retome os significados destas palavras com os estudantes (reflexão e axial) e em quais situações do cotidiano elas aparecem. Em seguida, pergunte por que há simetria axial na figura com a forma de uma letra L e na forma de uma estrela. É muito importante eles perceberem que, no caso da figura com o formato da letra L, o eixo de simetria se encontra fora dela e, no caso da figura na forma de estrela, o eixo de simetria passa pelo interior da figura.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Atividade 2:

Auxilie os estudantes a compreender o significado da palavra “vetor”.

É muito importante os estudantes se conscientizarem do que permaneceu após a aplicação de transformações geométricas nas figuras desta página: os lados correspondentes permaneceram os mesmos e as medidas dos ângulos internos correspondentes, também.

9º ANO

203

**TOME NOTA**

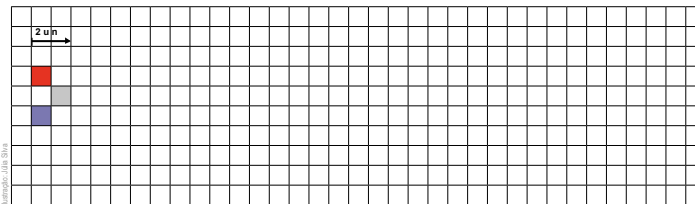
A transformação, denominada de **translação**, consiste no deslocamento de uma figura, de acordo com o vetor dado, isto é, com uma direção e um sentido. Assim, a imagem transladada é congruente à original, ou seja, a forma e as dimensões não se alteram.

1 Agora complete as faixas, em cada caso:

a) Simetria de translação



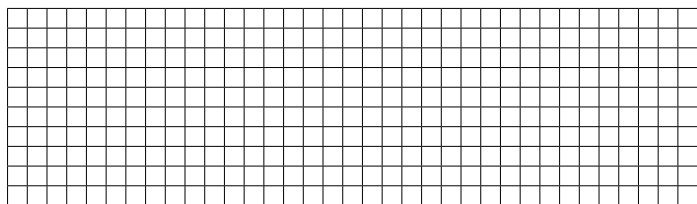
b) Simetria de translação

**Eixo Estruturante****GEOMETRIA**

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

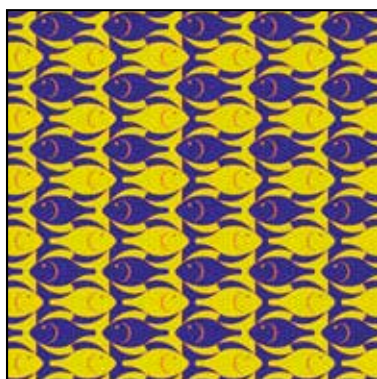
Enquanto os estudantes realizam os itens a e b circule pela classe. Observe se eles consideram o vetor para transladar as figuras, mantendo a forma, o tamanho e as medidas dos ângulos internos das figuras originais. Se for preciso, faça as intervenções necessárias e, discuta coletivamente, os erros mais frequentes, sem expor os respectivos autores.

- 2 Crie sua própria faixa, utilizando a translação: **Construção do estudante.**



ATIVIDADE 3

- 1 No minicurso estudaram outro tipo de simetria. Receberam uma imagem para investigar se nela havia a presença de giros. Desconsideraram as cores dos peixes e consideraram apenas seus contornos. Verificaram se era possível fazer um peixe coincidir com o outro, girando-o através de um ponto que estava fora dele. Investigue você também. Circule um par de peixes, sendo que um deles é levado ao outro por meio de uma rotação.



Atividade 2

Utilize o item 2 para avaliar as compreensões dos estudantes sobre a translação. Para isso, você pode acompanhá-los enquanto realizam a atividade e, depois, pedir para trocarem de cadernos entre si, para que um possa apreciar e tecer comentários sobre a faixa criada pelo colega.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Atividade 3

Antes da leitura do texto, oriente os estudantes a fazer a leitura da imagem e compartilhar as respectivas sensações. Em seguida, apresente o autor do quadro, Escher e, peça para socializarem qual, ou quais transformações geométricas estão presentes na imagem. Pode ser que eles identifiquem a simetria de rotação, comunicando-a sem o aporte da linguagem matemática, ou seja, a simetria de rotação: todos os pontos da figura giraram em torno de um mesmo ângulo, e de um ponto fixo, de forma que a imagem resultante coincida com a original.

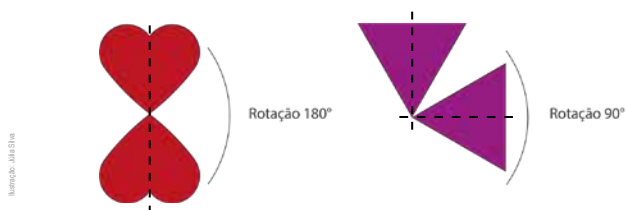
9º ANO

205

**TOME NOTA**

Na transformação geométrica denominada **rotação**, todos os pontos da figura giram segundo o mesmo ângulo em torno de um ponto fixo, de modo que a imagem resultante coincida com a original.

Depois os estudantes observaram outras figuras envolvendo rotações. Nesses casos, o ponto de rotação pertencia à figura, diferentemente do acesso anterior.



- 2 Agora, retorne à imagem do item 1. Verifique se há a presença da simetria axial e da translação.

Simetria de rotação.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

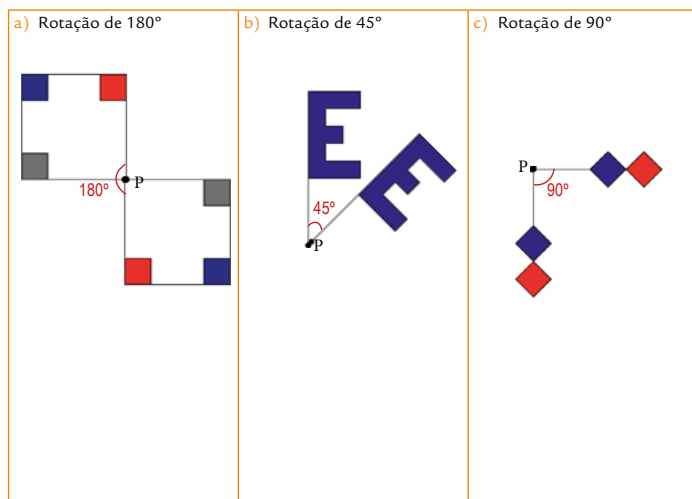


Utilize as duas imagens logo abaixo do texto para avaliar a compreensão dos estudantes sobre a rotação. Observe se, durante a análise das ilustrações, eles identificam o ponto fixo o ângulo, e a medida, do ângulo em torno do qual a figura é girada.

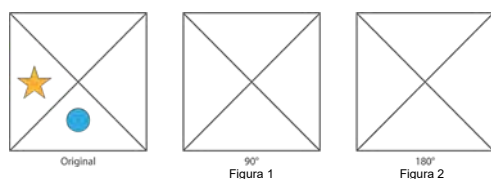
206

MATEMÁTICA

- 3 Outra atividade da oficina era observar uma figura e fazer as rotações indicadas de acordo com o ângulo indicado e o ponto fixo P. Faça você também. Se preciso, utilize régua e transferidor.



- 4 Luiz gostou de uma atividade que desafiava o participante a indicar a posição de um ponto e uma estrela em figuras que haviam sido transformadas por rotação a partir do ponto central da figura. Faça você também esse desafio. Desenhe o círculo e a estrela nas figuras 1 e 2.



Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

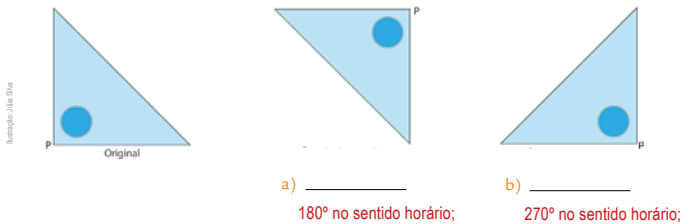
Após a leitura do enunciado dos itens 3 e 4, incentive os estudantes a antecipar as respectivas resoluções. Para isso, você pode propor perguntas do tipo: onde vai parar a figura após a rotação de 180° ? E de 45° ou de 90° ? Onde a estrela e o círculo vão se posicionar após uma rotação de 90° ? Além de indicar a rotação de 180° é necessário informar mais alguma coisa? É importante verificar se todos os estudantes compreenderam o que deve ser feito, e, se for o caso, retome os conceitos de transformação geométrica, dê mais alguns exemplos. Socialize as construções.

9º ANO

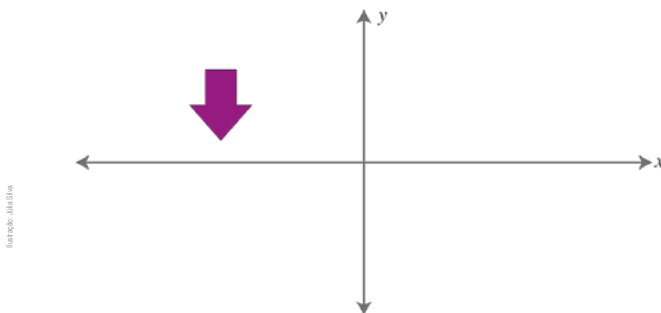
207

ATIVIDADE 4

- 1 A oficina de ornamento no plano fez o maior sucesso entre os estudantes. Eles tinham que observar cada figura e indicar a medida do ângulo de rotação em relação à figura original. Faça você também.



- 2 Depois, utilizando a reflexão por uma reta, deveriam desenhar 3 setas simétricas à seta dada, em relação aos eixos x e y , dependendo do caso. Faça você também. Escolha um dos eixos para começar.

**Eixo Estruturante****GEOMETRIA**

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Atividade 4

Aproveite os itens da Atividade 4 para retomar o conhecimento dos estudantes sobre a geometria de transformação. Incentive-os a antecipar as respostas e, após resolver as atividades, a verificar se são, de fato, soluções das propostas. Se for preciso, faça as intervenções necessárias.

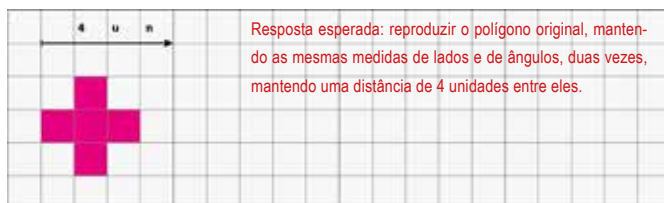
Retome com os estudantes as atividades realizadas envolvendo circunferências.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – A pista do parque e a roda da bike

208

MATEMÁTICA

- 3 Em seguida, tinham que realizar duas translações do polígono desenhado na malha, de acordo com o vetor dado e a medida de translação. Faça você também.



No Museu de Arte Moderna, os meninos se encantaram pelas simetrias presentes em obras de M. C. Escher. Eles procuraram na internet uma imagem em que aparecia a mesma ideia presente em algumas obras. Observe a imagem:

- 4 Ficaram investigando o tipo de transformação geométrica presente. Que simetria você identifica na obra?



SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

A pista do parque e a roda da bike

Luiz e Márcio gostaram da oficina anterior no Museu de Arte Moderna e decidiram assistir a outra, que abordava circunferências e círculos, tanto nas obras de arte como nas *bikes*, muito utilizadas na pista do parque. Eles tinham que saber sobre medidas do comprimento da circunferência e da área do círculo.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.

Material necessário:

- Selecionar objetos que tenham um formato circular e dispor estes objetos para que os grupos façam escolhas de três desses objetos.

Após a leitura do texto, pergunte aos estudantes os respectivos conhecimentos sobre circunferências e círculos. Incentive-os a socializar objetos do cotidiano cujas aparências externas lembram as ideias de circunferência e de círculo. Registre estes exemplos para retomá-los ao longo do desenvolvimento das atividades desta sequência.

ATIVIDADE 1

Na primeira atividade da oficina, os rapazes exploraram tampas circulares de diferentes tamanhos e, para isso, utilizaram barbante, régua e tesoura. Observe o roteiro da oficina e realize o experimento, em grupos.

O professor os ajudará com essa atividade.

**OLÇA O PROFESSOR**

Pegue 3 objetos em formato circular, de diferentes tamanhos (raios). Vocês poderão utilizar a base de objetos como corretivos líquidos, copos, apontador circular, etc.

- a) Descubra como você faria para medir o comprimento do contorno de cada objeto. Justifique sua resposta.

Resposta do estudante.

- b) Contorne o objeto com um pedaço de barbante e, em seguida, corte o tamanho exato do barbante, estique sobre a mesa e meça seu comprimento com régua, registrando os resultados.

1º Objeto	2º Objeto	3º Objeto
	Resposta do estudante.	

- c) Depois, utilize o barbante para medir o comprimento aproximado do diâmetro de cada objeto:

1º Objeto	2º Objeto	3º Objeto
	Resposta do estudante.	

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.

Atividade 1

Comente que nesta sequência, eles explorarão medidas do comprimento da circunferência e da área do círculo. Organize a sala em duplas. Após a leitura do enunciado, pelos próprios estudantes, acompanhe a realização da atividade. Antes, porém, pergunte como eles podem medir o comprimento da circunferência e a área do círculo. Registre as respostas para retomá-las posteriormente, de tal modo que os próprios estudantes possam verificar, por conta própria, se as hipóteses se confirmam ou não.

210

MATEMÁTICA

**Calcule**

Em seguida, com auxílio de uma calculadora, encontre o quociente entre as medidas do comprimento (C) e do diâmetro (d) e compare o resultado com os de seus colegas.

1º Objeto	2º Objeto	3º Objeto

- 1 Você encontrou um número próximo de 3,1? Esse valor é familiar a você?

Espera-se um valor próximo de 3, 14..., ou seja, π .

**Tome Nota**

Esse valor encontrado é próximo do número irracional chamado de π (pi).

$$\pi = 3,141592...$$

O comprimento (C) de qualquer circunferência é determinado com base na medida do seu diâmetro.

$$C = d \cdot \pi \quad \text{ou} \quad C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

- 2 O que irá acontecer com o perímetro da circunferência se duplicarmos o seu raio?

O perímetro também será multiplicado por 2.

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.

No item **Calcule**, incentive os estudantes a comparar as respostas entre si.

Caso os quocientes não sejam tão próximos de 3,141592 auxilie-os a concluir que a diferença entre os valores obtidos por eles e este, pode ter ocorrido devido ao modo como manipularam os instrumentos de medidas de comprimento e/ou como posicionaram o barbante em torno da circunferência.

Se não ficar evidente para os estudantes que a relação entre o comprimento da circunferência e a medida de seu raio são diretamente proporcionais, utilize objetos de formatos circulares nos quais as respectivas medidas dos raios sejam o dobro, o triplo ou quádruplo de outras medidas.

9º ANO

211

ATIVIDADE 2

Os rapazes ficaram curiosos com a descoberta e resolveram aplicá-la em uma situação vivenciada no parque. Veja qual é e resolva-a. Considere $\pi = 3$.

- 1 O raio da roda da bicicleta de Luiz mede 14 cm. Que distância aproximada Luiz terá percorrido com sua bicicleta ao final de 20 giros completos da roda na pista do parque?

1 680 cm ou 16,8 m

ATIVIDADE 3

- 1 Outra proposta da oficina era descobrir a área do círculo correspondente ao contorno da roda da bike. A ideia era dividir o círculo utilizando os ângulos presentes na roda. Nesse caso, consideraram 20 setores iguais para a decomposição e formaram uma figura, mostrada na imagem.

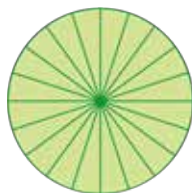


Figura 1

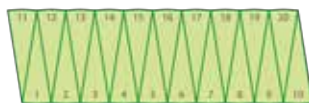


Figura 2

Eixo Estruturante**GRANDEZAS E MEDIDAS**

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.

Atividade 2

Aproveite o item 1 da atividade 2 para verificar se os estudantes compreenderem o procedimento para determinar o comprimento de uma circunferência e, também, se expressam medidas de comprimento em cm e em m.

Atividade 3

Antes de propor a realização da atividade 3, retome com os estudantes o significado de paralelepípedo e como determinar a área deste quadrilátero. Anote as respostas e problematize-as caso identifique alguma incompreensão.

212

MATEMÁTICA

- a) A figura obtida não é um polígono, pois possui lados que são formados por arcos. Com que quadrilátero o contorno dessa figura se parece?

A figura se aproxima de um quadrilátero de lados opostos paralelos: um paralelogramo.

- b) Se dividíssemos o círculo em uma quantidade cada vez maior de setores circulares, o formato da figura 2 seria cada vez mais parecido com esse quadrilátero? Justifique.

Sim, pois os setores circulares vão se aproximando, cada vez mais, do formato de triângulos e o quadrilátero vai se transformando em retângulo.

- c) Dessa forma, podemos calcular a área aproximada da figura 2? Justifique.

Sim, pois se a forma se aproxima de um quadrilátero cuja maneira de determinar a área já é conhecida.

- d) Quais são as medidas da base e da altura do suposto quadrilátero da figura 2?

A base do paralelogramo se aproxima da metade do comprimento do círculo e a altura corresponde à medida do raio do círculo.

- e) O que você observa em relação às medidas da base e da altura da figura 2 em relação ao raio e ao comprimento da figura 1? Justifique.

Idem resposta item anterior.

- f) É possível concluir que a área da figura 2, formada pelos setores circulares, é igual à área do círculo da figura 1? Qual é a área do polígono? E a do círculo? Justifique.

Sim, por que $A_p = A_c$ e $A_p = b \cdot h$, $b = \pi \cdot r$ e $h = r$

Logo: $A_c = \pi \cdot r^2$

Eixo Estruturante

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M30) Calcular a área de círculos

As perguntas do item 1 foram elaboradas com a intenção de ajudar os estudantes a deduzir a área de um círculo, para isso, enquanto eles procuram as respostas, acompanhe-os e faça as intervenções pontuais. Se for preciso, oriente-os a construir um círculo, dividi-lo em partes iguais e, utilizá-las para montar o paralelogramo. Problematicize: pergunte quais são as medidas da base e da altura do paralelogramo. A intenção é a de eles perceberem que

as superfícies das duas figuras planas são congruentes e, o modo de determinar a área de uma delas, já é do conhecimento deles. Discuta as resoluções, verificando se os estudantes são capazes de identificar que o contorno da figura obtida é similar a um paralelogramo e que é possível calcular a área aproximada da figura 2 considerando a área desse paralelogramo. Espera-se, ainda, que os estudantes possam considerar que a área do polígono e a do círculo são respectivamente: $A_p = b \cdot h$ e $A_c = \pi \cdot r^2$

ATIVIDADE 4

- 1 Conhecendo a fórmula que permite calcular a área do círculo e considerando $\pi = 3,14$ resolva o problema proposto no minicurso:

Em uma parte próxima do lago do Ibirapuera, considere que será construída uma horta comunitária, em formato circular, cuja área será de $50,24 \text{ m}^2$. Qual deve ser o raio dessa região circular?

$R = 4 \text{ m}$

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1

Estime mentalmente as seguintes áreas dos quadriláteros:

- Um quadrado cujos lados são $4,5 \text{ cm}$; estimativa da área: entre 16 e 21 cm^2 .
- Um quadrado cujos lados são $5,2 \text{ cm}$. estimativa próxima de 25 cm^2 .
- Um retângulo cujos lados são 3 e $4,2 \text{ cm}$; estimativa próxima de 12 cm^2 .
- Um retângulo cujos lados são $2,2 \text{ cm}$ e $3,8 \text{ cm}$, estimativa próxima de 8 .
- Um paralelogramo cuja base é 3 cm e a altura é $5,1 \text{ cm}$, estimativa próxima a 15 cm^2 .
- Um paralelogramo cujo base é $3,4$ e a altura é $6,9 \text{ cm}$, estimativa próxima de 21 cm^2 .

CM 2

Estime mentalmente as áreas dos triângulos a seguir:

- Um triângulo retângulo cujos lados são: 3 m , 4 e 5 cm - Estimativa da área é de 12 cm^2 .
- Um triângulo cuja base é 4 , 5 e a altura é 6 , 1 cm - Estimativa da área é 24 cm^2 .
- Um triângulo cuja base é 6 cm e a altura é $7,3 \text{ cm}$ - Estimativa da área é 42 cm^2 .
- Um triângulo retângulo cujos lados são: 9 , 12 e 15 cm - Estimativa da área é 108 cm^2 .
- Um triângulo isóscele cujos lados são 4 cm e a base é 3 cm - Estimativa da área está entre 2 e 3 cm^2 .

214

MATEMÁTICA

CM 3

Estime a área de círculos sabendo que:

- O raio mede 3,2 cm - Estimativa entre 27 e 35.
- O raio mede 5,1 cm - Estimativa próxima a 80.
- O raio mede 6,8 cm - Estimativa próxima de 150.
- O diâmetro mede 6,4 cm - Estimativa próxima de 35.
- O diâmetro mede 8,6 cm - Estimativa próximo de 60.
- O diâmetro mede 9,3 cm - Estimativa próximo de 75.

CM 4

Estime a área de um polígono qualquer sabendo que $A = n \cdot L \cdot a^2$, onde n é o número de lado do polígono, L a medida dos lados e a é o apótema.

- Um pentágono regular cujo lado mede 5,1 cm e o apótema é 3,1 cm - Estimativa próxima 75 cm².
- Um hexágono regular cujo lado mede 3,6 cm e o apótema mede 4,1 cm - Estimativa 96 cm².
- Um heptágono cujo lado mede 6,3 cm e o apótema mede 2,8 cm - Estimativa 126 cm².
- Um hexágono regular cujo lado mede 5 cm e o apótema mede 6,25 cm - Estimativa próximo de 200 cm².

HORA DA RETOMADA

- Determine os termos que faltam na sequência:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

Justifique sua resposta

Sequência de números ímpares.

- Se a medida de um ângulo inscrito em uma circunferência é de 64°, qual é a medida do ângulo central que determina o mesmo arco?

128°

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabelas e gráficos.

GEOMETRIA

- (EF09M17) Reconhecer e utilizar arcos, ângulos centrais e inscritos em uma circunferência, estabelecendo algumas relações e fazendo uso de softwares de geometria dinâmica ou não.

Durante a realização das atividades da Hora da Retomada, circule pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem.

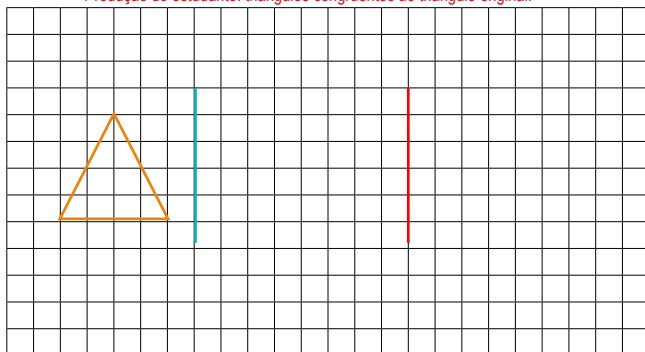
Registrar as dificuldades observadas, para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

9º ANO

215

- 3 Desenhe a imagem refletida da figura em relação ao eixo de simetria azul e, em seguida, reflita a imagem obtida em relação ao eixo de simetria vermelho.

Produção do estudante: triângulos congruentes ao triângulo original.



- 4 Uma vela com formato cilíndrico tem um raio de 8 cm. Para deixá-la mais bonita, quanto de fita seria preciso comprar, no mínimo, para passar em volta da vela?

50,24 cm



Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

GRANDEZAS E MEDIDAS

- (EF09M29) Estabelecer a relação entre a medida do perímetro e do diâmetro de uma circunferência.
- (EF09M30) Calcular a área do círculo.

Para realizar as atividades da Hora da Retomada, sugere-se organizar as crianças sentadas em suas carteiras individualmente. Ler coletivamente os enunciados e certificar-se de que todas entenderam o que deve ser feito.

Enquanto realizam a avaliação, circular pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem. Registrar as dificuldades observadas, para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

UNIDADE 8

Ao longo dessa unidade, os estudantes retomarão alguns dos conteúdos trabalhados nas Unidades anteriores, contudo, os focos de trabalho nesta Unidade serão objetos do conhecimento do eixo estruturante álgebra, geometria e probabilidade e estatística.

No eixo Álgebra, os estudantes terão a oportunidade de aprofundar os conhecimentos na representação da variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação, a partir da ampliação das medidas de um quarto. Também foi possível, analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

No eixo Geometria, o enfoque dado foi na exploração, representação e descrição de diferentes vistas de figu-

ras geométricas espaciais. Também será possível os estudantes observarem as secções de figuras geométricas utilizando para esta observação diferentes posições de planos e a posição relativa de duas arestas e faces.

Ainda no eixo de geometria, os estudantes irão re-visitar as transformações geométricas e explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações para que possam observar a conservação do tamanho, da forma e dos ângulos.

No eixo Probabilidade e Estatística, houve a interação dos estudantes em torno das brincadeiras de maneira que os estudantes possam observar e identificar o espaço amostral de probabilidade. O jogo de dados

permite que os estudantes observem os possíveis resultados a serem sorteados, verificando a probabilidade de sair por exemplo um número par, ou um número ímpar, entre outras.

Na Unidade 8 também foram organizadas atividades que permitem o avanço com o cálculo mental, envolvendo as diferentes operações com números reais.

Na Hora da Retomada os estudantes poderão acompanhar sua aprendizagem observando o que efetivamente aprenderam sobre os temas matemáticos que foram discutidos na Unidade.

UNIDADE 8

Nesta unidade, você terá a oportunidade de ampliar seus conhecimentos sobre a representação da variação de duas grandezas, analisando situações em geometria. Irá representar padrões e funções e explorará vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces. Além disso, solucionará problemas que incluem noções de espaço amostral e de probabilidade e explorará um pouco mais os ornamentos no plano, identificando reflexões em reta, rotações e translações.

Vamos acompanhar as estudantes Camila e Marina, com idades de 15 anos e 16 anos, respectivamente. Marina está ajudando Camila a organizar suas coisas em caixas de papelão, pois ela e os pais irão mudar de residência.



Objetivos da Unidade

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.
- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.
- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Alguns procedimentos preliminares:

- Leia com atenção os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento, buscando de maneira articulada, relacioná-los com os Objetos de Conhecimento;
- Antecipadamente, faça o planejamento das ações, a fim de verificar o que os estudantes precisam saber para realizar a atividade, antecipando dúvidas que, por ventura, poderão surgir durante o desenvolvimento das atividades, levantando os encaminhamentos possíveis para saná-las;
- Faça o uso de diversificados recursos didáticos e digitais disponíveis, tais como jogos, materiais manipuláveis, softwares, mídia impressa;
- Faça um acompanhamento contínuo da aprendizagem dos estudantes, guiando-se sempre pelos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento;

**GEOMETRIA**

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – Dimensões do quarto da Camila

218

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Dimensões do quarto da Camila

Nessa sequência, você vai acompanhar os estudos das meninas para organizar o novo quarto de Camila.

ATIVIDADE 1

Camila planeja organizar seu futuro quarto com algumas características do quarto atual. Ela lembrou que utilizou 10 metros quadrados de papel de parede para decorar apenas uma parede sem contar o vão da porta e a janela, pois cada parede do quarto média 4 m de comprimento.

- 1 Sabendo que cada parede do seu novo quarto terá $\frac{3}{4}$ da medida do comprimento da parede do antigo quarto, quantos metros de papel de parede ela deverá utilizar para decorar o novo quarto, desconsiderando o vão da porta e da janela? Justifique sua resposta.

7,5 metros por uma parede.

- 2 Os dois quartos de Camila (o antigo e o novo) têm o formato de um quadrado. Você sabe se o perímetro de um quadrado é diretamente proporcional à medida do seu lado? Justifique sua resposta e mostre exemplos.

Sim, é diretamente proporcional, pois as duas grandezas crescem ou diminuem na mesma proporção.

Eixo Estruturante

NÚMEROS

- (EF09M08) Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.

Atividade 1

Antes de iniciar a atividade, comente com os estudantes que eles retomarão alguns conceitos envolvendo duas grandezas e a relação entre elas. Enquanto resolvem o item 1, verifique se determinam corretamente a medida corresponde a $\frac{3}{4}$ de 10m. Se perceber erros e/ou dificuldades, retome os procedimentos para determinar frações de quantidades.

ATIVIDADE 2

- 1 Há proporcionalidade entre a medida do lado do quadrado e sua área? Justifique sua resposta. Dê exemplos.

Resposta pessoal. Resposta esperada: não.

- 2 Analisando as dimensões dos quartos de Camila, é possível afirmar que, se a medida do lado do quadrado diminuir pela metade, a área também reduzirá à metade? Justifique sua resposta.

Resposta pessoal. Resposta errada: não. A área vai diminuir um quarto da área do quarto original.

- 3 Desenhe um quadrado que representa o quarto atual e o outro, que representa o novo quarto de Camila, utilizando a régua.

Construção do estudante. Espera-se um quarto de lados medindo 4 m e outro medindo 2 m.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

Atividade 2

Se for preciso, auxilie os estudantes a perceber que, a relação entre a medida do lado de um quadrado e a área deste quadrado não é uma relação proporcional. Caso seja difícil concluir este fato, oriente os estudantes a construir, em malha quadriculada, quadrados de 1 cm, 2 cm, 3 cm e 4 cm de lado e, depois, determinem as medidas dos perímetros e das áreas destes quadrados e estabeleçam relações entre elas. Espera-se a percepção de que, quando

a medida do lado do quadrado dobra, o perímetro dobra, mas a área quadruplica. E, se a medida do lado do quadrado é reduzida à metade, o perímetro também é reduzido à metade, contudo, a área é reduzida em um quarto da área do quadrado original. Aproveite esta atividade para relacionar objetos de conhecimento de diferentes eixos estruturantes: área e perímetro (Grandezas e Medidas), diferentes modalidades de cálculo (Números e Operações) e relações entre grandezas (Álgebra).

220

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

- 1 Camila ficou curiosa e resolveu explorar mais essa relação existente entre o perímetro de um quadrado e a medida de seu lado. Para isso, ela utilizou a álgebra. Resolveu completar uma tabela com as medidas dos lados de alguns quadrados e seus perímetros:

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6
Perímetro (cm)	4	8	12	16	20	24

- a) A partir dessa tabela, ela descobriu a medida do lado de um quadrado cujo perímetro é 48 cm. Descubra você também:

$$48 : 4 = 12 \text{ cm}$$

- b) Depois, ela escreveu uma expressão algébrica, relacionando o perímetro p de um quadrado com a medida n de seu lado. Faça isso você também.

$$P = 4 \cdot n$$

- 2 Camila queria saber se essa relação era válida para outros polígonos regulares e pensou em explorar o hexágono regular. Atribuiu x à medida dos seus lados. Qual é o perímetro desse hexágono? Justifique sua resposta.

$$P = 6 \cdot x$$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

Atividade 3

Discuta as resoluções, verificando se os estudantes entenderam que se perímetro de um quadrado tem resultado 48 cm, e sabemos que o quadrado apresenta 4 lados de mesma medida, basta dividir 48 por 4 para obter o lado do quadrado, ou, baseando-se na Teoria dos Campos Conceituais, determinar qual número, multiplicado por 4, tem como resultado 48.

No item 1b, incentive os estudantes a compartilhar todas as relações percebidas ao analisar os dados presentes na tabela. Se os estudantes tiverem difi-

culdade em generalizar a relação entre a medida do lado e o perímetro do quadrado, reproduza a tabela novamente, mas indique a medida do perímetro assim:

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6
Perímetro (cm)	4	8	12	16	20	24

Observe se no item 2 os estudantes percebem que existe relação entre o modo de determinar o perímetro de um quadrado e de um hexágono regular.

- 3 Ela ficou pensando se isso acontecia com qualquer figura regular. Testou algumas e, depois, escreveu uma relação entre o perímetro de um polígono regular e a medida do seu lado. Faça alguns testes como Camila. Investigue e escreva uma expressão que relaciona o perímetro e a medida do lado de um polígono regular.

Resposta pessoal. Espera-se dos estudantes a percepção de que o perímetro de qualquer polígono regular é determinado pela multiplicação entre o número que representa a quantidade de lados e a medida de um dos lados deste polígono.

ATIVIDADE 4

- 1 Camila continuou pensando sobre relações entre medidas de um polígono regular. Considerou alguns quadrados e completou uma tabela com as medidas do perímetro e da área desses quadrados. Ajude Camila a completar a tabela.

Lado (cm)	1	2	3	4	5	6
Perímetro (cm)	4	8	12	16	20	24
Área (cm ²)	1	4	9	16	25	36

- 2 Depois de completar a tabela, Camila investigou outras figuras e chegou a algumas conclusões. Faça como ela e escreva as expressões indicadas:

- a) Escreva a expressão algébrica que relaciona o perímetro p e a medida l do lado de um quadrado.

$$P = 4 \cdot l$$

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

Se for preciso, oriente os estudantes a construir vários triângulos, pentágonos, hexágonos e octógonos regulares e de diversos tamanhos. Em seguida, incentive-os a determinar quais são as regularidades envolvidas no modo de determinar as medidas dos perímetros destes polígonos.

Atividade 4

Enquanto esta atividade é realizada, analise se os estudantes perceberam que parte dela já foi resolvida na atividade anterior. Caso não tenham percebido, é uma ótima oportunidade de retomar ideias e procedimentos ainda não compreendidos por eles.

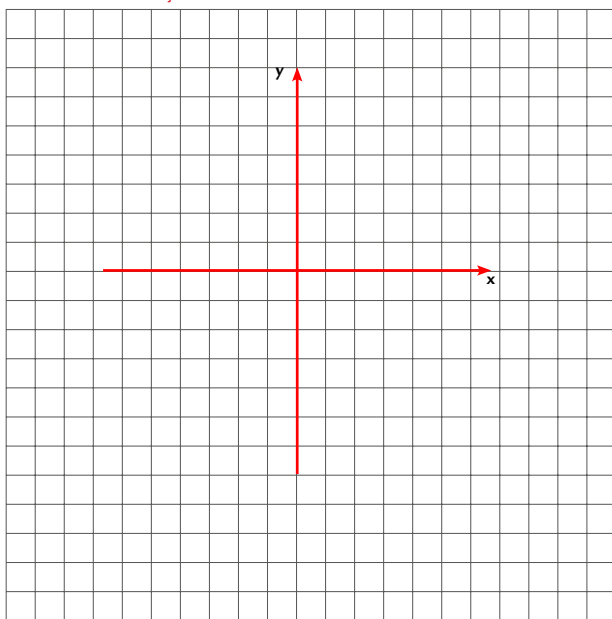
222

MATEMÁTICA

- b) Escreva a expressão algébrica que relaciona os valores do lado l do quadrado e a área a desse quadrado.

$$A = l \cdot l$$

- c) Faça, em um mesmo plano cartesiano, o esboço dos gráficos que representam o perímetro e a área do quadrado e localize o ponto em que a área e o perímetro são expressos pelo mesmo número. *Construção do estudante.*



Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M13) Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

Antes de propor a resolução do item c, problematize as expressões algébricas $4n$ e l^2 . Pergunte se, ao representá-las graficamente que tipo de figura vão formar no sistema de coordenadas cartesianas.

Depois, oriente-os a esboçar os gráficos e analisá-los com a finalidade de confirmar, ou não, as hipóteses formuladas anteriormente. Problematize:

a) o que acontece no ponto em que a área e o perímetro de um quadrado são expressos pelo mesmo número?

b) E antes deste ponto, qual é a relação entre as medidas do lado e da área do quadrado?

c) E após este ponto?

Socialize as representações, verificando se algum estudante apresenta dificuldades, e se for o caso, faça as intervenções necessárias.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – Encaixotando a mudança

9º ANO

223

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Encaixotando a mudança

Camila e Marina estavam guardando os pertences do quarto da Camila em caixas de papelão. Já haviam guardado as roupas, os sapatos e agora estavam organizando os livros para serem embalados.

ATIVIDADE 1

Ao agrupar os livros, Marina abriu o livro de Matemática de Camila, do 9º ano e começou a folheá-lo até encontrar em uma página a imagem de figuras geométricas.



Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Comente com os estudantes que, nessa sequência, eles irão explorar, representar e descrever várias figuras geométricas espaciais. Retome algumas características das figuras geométricas espaciais (prisma, pirâmides, corpos redondos).

224

MATEMÁTICA

Ao observarem a caixa de papelão que estavam utilizando para guardar os pertences de Camila, perceberam que lembrava um prisma de base retangular.



Ilustração: Lúcia Alca

Conversando sobre as figuras geométricas espaciais, Camila destacou que alguns sólidos geométricos são classificados como poliedros ou corpos redondos e explicou algumas características de cada tipo de sólido. Também encontrou em seu quarto, objetos que se assemelhavam a alguns tipos de sólido. Observe.



bola de vôlei



pingente



cubo mágico

Ilustração: Lúcia Alca

- 1 Identifique qual figura se assemelha a um prisma de 6 faces, a um de 8 faces e a um corpo redondo. Indique as características que Camila pode ter mencionado.

Prisma de 6 faces - cubo mágico
Prisma de 8 faces - pingente
Corpo redondo - bola de futebol

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Atividade 1

Leia coletivamente os enunciados da atividade 1 para os estudantes, esclareça as dúvidas. Retome a classificação dos dois grupos dessas figuras, sendo o primeiro grupo constituído pelos poliedros: prismas, pirâmides e outros, e o segundo grupo composto pelos corpos redondos: cones, cilindros

e esferas. Comente que, se olharmos à nossa volta, podemos observar vários objetos construídos pelo homem, que podem ser associados a essas figuras.

9º ANO

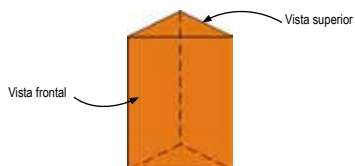
225

ATIVIDADE 2

Depois de relembrares algumas características desses sólidos geométricos, Marina perguntou à Camila se ela já havia observado as diferentes vistas de objetos que podemos identificar, dependendo da posição em que estamos. Você já refletiu sobre isso?

1 Marina observou um prisma triangular:

a) Ficou de frente para ele, como você está agora, e identificou uma figura geométrica plana.



Qual é ela?

Retângulo

b) Qual é a vista lateral direita? E a superior? Desenhe-as.

Retângulo e Triângulo

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Atividade 2

Diga-lhes que agora que já retomaram algumas características das figuras geométricas espaciais, eles vão observar as diferentes vistas de objetos e identificar figuras geométricas nos mesmos. Coletivamente, discuta os itens da atividade com os es-

tudantes. Se for possível, leve alguns desses objetos para aula, para que os estudantes possam fazer a visualização e experimentação.

226

MATEMÁTICA

- 2 Desenhe uma seta, fora da figura, indicando a sua posição, como observador. Agora desenhe as vistas frontal, superior e lateral esquerda da figura abaixo.

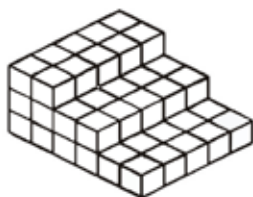
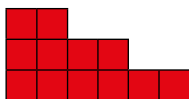


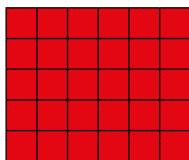
Ilustração: Leda Azeite

Vista frontal



Vista frontal e/ou lateral esquerda (depende do que o estudante considera como frente da figura)

Vista superior



Vista lateral esquerda



Vista frontal e/ou lateral esquerda (depende do que o estudante considera como frente da figura)

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

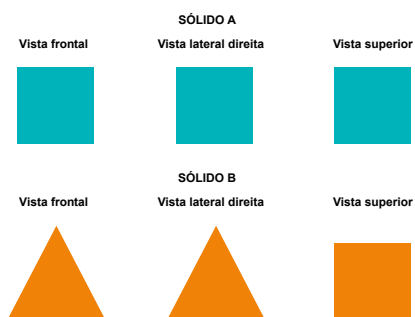
Peça a cada estudante para indicar a posição que, segundo eles mesmos, indica a frente da figura e, a partir deste ponto de referência, desenhar as vistas frontal, superior e lateral esquerda. Após a realização

da atividade, oriente os estudantes a trocarem de cadernos entre si, para que um observe e analise a produção do outro. Oriente-os a analisar se os desenhos correspondem, de fato, às vistas do objeto, segundo o referencial de quem os desenhou.

9º ANO

227

- 3 Camila estava imaginando dois sólidos geométricos e resolveu desenhar o contorno das vistas frontal, lateral direita e superior para Marina identificar em quais sólidos ela estava pensando.



Quais são os sólidos que Camila estava imaginando?

Poderia ser cubo ou pirâmide de base quadrada.

- 4 Marina desenhou um empilhamento de cubos (figura I) e sua vista superior (figura II). Seu desenho está correto? Justifique sua resposta.

Ilustração: Lúcia Nogueira



Figura I



Figura II

Está incorreto, pois a base possui a 4 x 4 cubinhos.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Verifique se, durante a correção do item 3, os estudantes justificam que um dos sólidos é o cubo porque três, de suas faces, têm o formato de quadrados congruentes entre si. De modo análogo, observe se, no caso do sólido B, eles perceberam que o fato de as vistas frontal e lateral direita serem congruentes entre si, e na forma de triângulo, é um argumento a favorável ao sólido ser uma pirâmide e, de base quadrada.

Você pode aproveitar esse item 4 para verificar quais foram as compreensões dos estudantes sobre as diferentes vistas de figuras geométricas e, se for preciso, faça as intervenções necessárias: agrupar os estudantes em duplas produtivas, propor atividades complementares após a sua exposição, fornecer cubos pequenos do Material Dourado, ou pedir aos estudantes para construírem cubos com cartolinas e/ou papel cartão e reproduzir a construção indicada no caderno deles.

228

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 3

A segunda curiosidade que Marina contou está relacionada às figuras planas que obtemos ao decompor um sólido geométrico em 2 partes, utilizando um plano, como se fosse uma lâmina.

- 1 Imagine uma pirâmide de base quadrada “cortada” por um plano paralelo à base da pirâmide. A face que obtemos com o corte é uma figura plana, no caso um quadrado. Qual a figura plana que teríamos ao cortar uma pirâmide de base hexagonal ao meio, na horizontal por um plano paralelo à base? Desenhe essa figura.

Hexágono

Observe algumas imagens que Marina encontrou para mostrar esses cortes em figuras geométricas espaciais:

Esses cortes são chamados de **secções por um plano**.

Cilindro

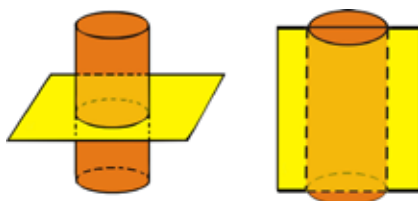


Imagem: Leila Neta

Atividade 3

Se for possível, antes de propor esta atividade, leve alguns sólidos para a sala de aula, pedaços de sabão e faca, que somente você, professor/a, pode manipular. Pergunte aos estudantes onde o pedaço de sabão, na forma de um bloco retangular ou de um hexaedro regular pode ser cortado para que se obtenha com o corte: um quadrado, um retângulo ou um triângulo. Depois, faça o mesmo para um bloco retangular cujas medidas da largura, comprimento e altura não são congruentes entre si.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

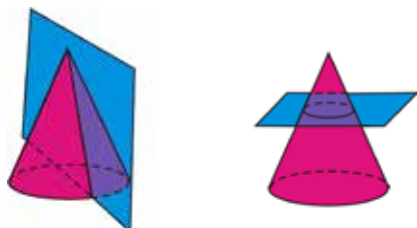
- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Aproveite as duas ilustrações e o texto para auxiliar os estudantes a perceber que: os cortes são nomeados de secções e que eles são formados por um conjunto de pontos que formam um plano. Se for necessário, oriente a retomada de atividades do Caderno ou use outros materiais didáticos envolvendo o nome de figuras planas, sejam elas polígonos ou não.

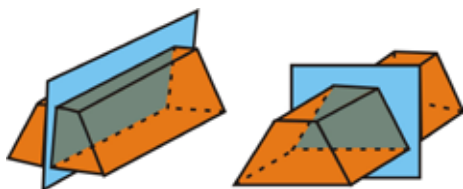
9º ANO

229

Cone



Prisma



- 2 Quais figuras planas encontramos com as secções do cilindro, do cone e do prisma, mostradas anteriormente? Desenhe-as e escreva os seus nomes.

Cilindro: círculo e retângulo; cone: círculo e triângulo; prisma: retângulo e trapézio.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

230

MATEMÁTICA

- 3 Agora que Camila compreendeu o que é uma secção de um sólido geométrico, propôs um desafio. Com o sólido representado a seguir (prisma hexagonal), desenhe planos que cortem a figura para obter:

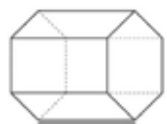
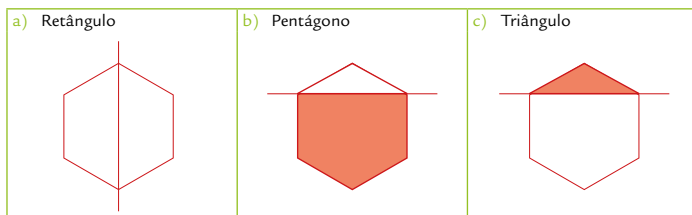


Ilustração: Léo Alôia



ATIVIDADE 4

- 1 Ao identificarem algumas curiosidades dos sólidos geométricos, Camila e Marina voltaram a guardar os pertences nas caixas. Camila observou que a caixa não fechava direito e sua amiga comentou que um dos vincos da caixa não estava paralelo ao outro, deixando a caixa torta e, por isso, não fechava corretamente. Camila explicou que a caixa de papelão tem a forma de um prisma de base retangular. O prisma possui faces, vértices e arestas. Em cada face, temos arestas concorrentes e paralelas. Se a caixa não for bem feita, obedecendo o paralelismo e o perpendicularismo, então, a caixa não fechará corretamente.

- a) Você concorda com a explicação da Marina? Justifique sua resposta.

Sim; resposta pessoal.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Antes de realizar o item 3, incentive os estudantes a pensar onde os cortes devem ser feitos para que surjam superfícies retangulares, pentagonais e triangulares. Se eles tiverem condições de manipular e de analisar sólidos com estas, oriente-os a utilizá-los.

Atividade 4

Se for possível, solicite dos estudantes, antes do dia de realização do item 1, que tragam para a sala, caixas para embalagens de creme dental e, enquanto realiza a leitura compartilhada do texto, auxilie-os a retomar conhecimentos matemáticos estudados em bimestres/anos anteriores sobre: faces, vértices, arestas, arestas concorrentes e paralelas.

9º ANO

231

- b) O que garante que duas retas sejam paralelas?

Duas retas distintas são paralelas quando possuem a mesma inclinação. Além disso, a distância entre elas se mantém a mesma, sem nenhum ponto em comum.

- c) Desenhe a vista superior do sólido que se assemelha à caixa e identifique os pares de arestas paralelas.

Construção do estudante.

- 2 Observe as faces de um sólido geométrico.



- a) Que sólido geométrico é esse? Desenhe-o. Se precisar, utilize as peças do encarte, na página 255.

Pirâmide pentagonal.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

Professor, antes de orientar os estudantes a realizar o item 2, incentive-os a imaginar como é um sólido formado pelas faces indicadas na página 231. Se algum estudante responder que é de uma pirâmide de base pentagonal e que há um triângulo a mais, peça para compartilhar a respectiva observação com os demais colegas de turma.

Antes de iniciar a atividade, comente com os estudantes que nessa sequência de atividades eles explorarão situações de problemas que envolvem noções de espaço amostral. Diga-lhes que na atividade 1, eles devem observar a variedade do cardápio. Questione-os se nesse cardápio, é possível fazer combinações, e se for o caso, pergunte-lhes como fazer essas combinações. Peça-lhes que leiam o enunciado da atividade e tentem resolver, utilizando o procedimento que julgarem adequado.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – O caminho da nova casa

232

MATEMÁTICA

- b) Esse sólido tem faces em planos paralelos? Tem arestas paralelas? Justifique sua resposta.

Não

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

A caminho da nova casa

A família de Camila e sua amiga Marina estavam a caminho da nova casa quando resolveram fazer uma parada para comer um lanche e descansar um pouco.

ATIVIDADE 1

Observe as opções do cardápio. Veja.



- 1 Considerando que cada um irá escolher um tipo de pão, um tipo de recheio e um de bebida, de quantas maneiras diferentes cada um poderá montar o seu lanche? Quais são elas?

12 maneiras:

Francês – Atum – Água
Francês – Atum – Suco
Francês – Frango – Água
Francês – Frango – Suco
Francês – Presunto e queijo – Água
Francês – Presunto e queijo – Suco

Integral – Atum – Água
Integral – Atum – Suco
Integral – Frango – Água
Integral – Frango – Suco
Integral – Presunto e queijo – Água
Integral – Presunto e queijo – Suco

No item 1b, incentive os estudantes a justificar a resposta utilizando o vocabulário estudado nas aulas de geometria e/ou nesta unidade. Se for preciso, escreva uma resposta com os termos utilizados por eles e, sem expor os respectivos autores, reescreva-os.

Atividade 1

Antes de iniciar a atividade, comente com os estudantes que nessa sequência de atividades eles explorarão situações de problemas que envolvem noções de “espaço amostral”. Se for preciso, problematize o significado desta expressão entre eles e em quais situações ela aparece. Pergunte também quais significados eles

atribuem ao termo combinação e auxilie-os a diferenciá-lo da ideia de combinação muito frequente no cotidiano: compor um conjunto com elementos de outros dois conjuntos em que deve haver harmonia entre esses elementos.

Incentive os estudantes a resolver a situação do item 1 de, pelo menos, duas maneiras diferentes e selecione alguma para compor o painel de resolução.

Antes de passar para o próximo item, registre as duas respostas abaixo e pergunte como os autores pensaram:

- 1) É possível fazer 7 combinações diferentes.
- 2) São duas combinações e sobra um recheio.

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M14) Explorar, representar e descrever diferentes vistas de figuras geométricas espaciais, secções de figuras geométricas por meio de planos e posição relativa de duas arestas e faces.

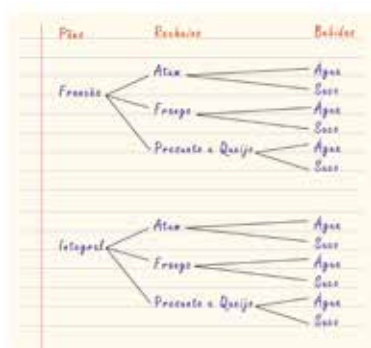
PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

9º ANO

233

Essa situação pode ser resolvida por meio de um diagrama denominado árvore de possibilidades.



Observe que a lanchonete tem 2 tipos de pães, 3 tipos de recheios e 2 tipos de bebidas. Assim, conseguimos determinar de quantas maneiras diferentes eles poderão montar o lanche, utilizando o processo multiplicativo.

$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$



TOME NOTA

O **princípio multiplicativo** é utilizado para resolver problemas de contagem sem precisar construir a árvore de possibilidades.

- 2 De quantas maneiras diferentes Camila e Marina poderiam fazer o pedido se tivesse mais um tipo de pão e mais duas bebidas diferentes?

36 maneiras

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

Durante a leitura do texto sobre o diagrama conhecido como árvore de possibilidades, faça perguntas com a finalidade de verificar se eles compreenderam esta maneira de registrar as resoluções do problema. Algumas possibilidades: por que existem três segmentos de reta cujas extremidades estão nos tipos de pães? Como este diagrama auxilia na determinação da quantidade total de combinações de uma refeição composta por um pão, um recheio e uma bebida.

Discuta as resoluções, socializando os procedimentos utilizados pelos estudantes. É importante incentivá-los

a construírem esquemas. Por fim, peça-lhes que observem a árvore de possibilidades, e também esclareça que o princípio multiplicativo pode ser usado para resolver problemas de contagem.

Finalmente, utilize o item 2 para verificar se os estudantes se apropriaram do princípio multiplicativo ou se ainda utilizam outros procedimentos para solucionar problemas de contagem com estas características: todos os elementos de diferentes conjuntos são combinados entre si e a ordem como eles são combinados não é importante.

234

MATEMÁTICA

ATIVIDADE 2



Incentive os estudantes a observar a imagem da página 234 e antecipar que tipo de atividade eles vão realizar nas próximas páginas. Anote todas as possibilidades para, posteriormente, retomá-las e verificar quem mais se aproximou. Peça para justificarem as respectivas respostas.

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

9º ANO

235

- 1 Considerando que Camila irá escolher um sabor de sorvete, uma cobertura e um tipo de suporte para colocar o sorvete, de quantas maneiras diferentes ela poderá fazer o pedido?

45 maneiras

- 2 Marina prefere pedir um cascão com 2 sabores de sorvete e cobertura. Quais serão as opções de Marina para escolher seu sorvete?

60 opções

ATIVIDADE 3

Depois, as amigas encontraram um dado e, para passar o tempo, resolveram testar a sorte com uma brincadeira, envolvendo probabilidades.

Elas lançavam o dado alternadamente.

Antes de jogar o dado, faziam uma previsão do número que sairia e, em seguida, lançavam o dado e registravam se a previsão foi confirmada ou não.

Cada uma lançava o dado 10 vezes e, depois, verificavam quem teve maior número de acertos nas previsões.

- 1 Vamos testar previsões também! Agrupe-se com um colega, façam como Marina e Camila. Registrem os resultados no quadro. Se precisar, utilize o molde do dado que está na página 255.

Ilustração: Freepix



Atividade 2

Comente com os estudantes que na atividade 2, eles farão algo semelhante com a atividade anterior. Peça-lhes que, utilizando o procedimento que julgarem pertinente, resolvam o item 1 e 2. Discuta as resoluções, averiguando o procedimento adotado.

Verifique se, para alguns estudantes colocar, primeiro, uma bola de sorvete de chocolate dentro da casquinha e, depois, uma bola de sorvete de morango é diferente de, primeiro, colocar uma bola de sorvete de morango e, em seguida, uma bola de sorvete de chocolate.

Proponha outras situações, como por exemplo: Considerando que Camila irá escolher duas bolas

de sorvete, uma cobertura e um tipo de suporte para colocar o sorvete, de quantas maneiras diferentes ela poderá fazer o pedido.

Atividade 3

Inicie a atividade comentando com os estudantes que eles continuarão a explorar situações que incluam o espaço amostral de probabilidade, mas que dessa vez utilizarão dados. Organize a turma em duplas. Oriente-os a ler as regras do jogo e a expressar as respectivas dúvidas. Você pode propor perguntas: qual é a função do dado? Quantas vezes o dado pode ser lançado? O que o jogador deve fazer antes de lançar o dado?

Eixo Estruturante

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

[illegible]

a) Quais e quantos são os resultados possíveis que as amigas têm ao lançar o dado, ou seja, qual o total de possibilidades? E qual é a chance de sair um número qualquer (1, 2, ... ou 6) no lançamento?

b) Ao lançar o dado, quais e quantas são as chances de sair um número par?

3 chances, 2, 4 e 6.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

Antes de passar para a próxima atividade, peça a todas as duplas para informarem em quais situações eles acertaram as previsões e registre-as na lousa. Ajude-os a perceber se os acertos estão equilibrados ou se um número saiu a mais do que os outros. Aproveite para comentar sobre os jogos de incentivo o levantamento de hipóteses.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – Decoração do quarto

9º ANO

237

- c) Ao lançar o dado, quais e quantas são as chances de sair um número ímpar?

3 chances, 1, 3 e 5.

**TOME NOTA**

Probabilidade é o estudo da possibilidade de ocorrência de determinado evento.

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{número de possibilidades favoráveis}}{\text{número de possibilidades}}$$

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4**Decoração do quarto**

Ao chegarem na nova casa, Camila teve a ideia de fazer uma faixa decorativa com desenhos dela e da amiga.

ATIVIDADE 1

Marina adorou a ideia.

Elas decidiram fazer os desenhos, utilizando uma transformação geométrica e cada uma fez um desenho diferente.

Eixo Estruturante**PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA**

- (EF09M20) Situação de problemas que incluam noções de espaço amostral de probabilidade.

Comente que os estudantes darão continuidade às atividades envolvendo transformações geométricas (simetria axial, rotações e translações). Peça para eles retomarem o que já estudaram sobre transformações geométricas e faça, junto com eles, um texto contendo as definições de simetria axial, rotação e translação.

238

MATEMÁTICA

- 1 Observe o desenho que Camila fez.

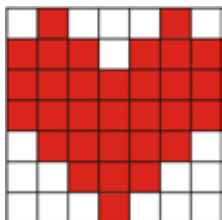


Ilustração: Leoni Azeite

Qual tipo de transformação Camila pode ter utilizado para fazer seu desenho? Justifique sua resposta.

Simetria por translação.

- 2 Se você pudesse ajudar as meninas com uma faixa decorativa, como seria seu desenho? Use a criatividade e crie uma faixa decorativa na malha quadriculada abaixo.

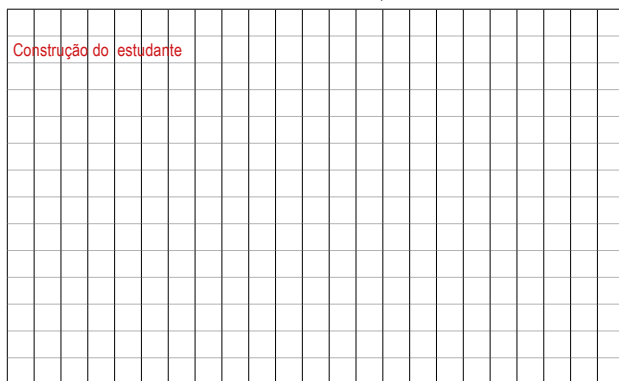


Ilustração: Leoni Azeite

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Atividade 1

Peça-lhes que observem atentamente a figura da atividade 1 e que indiquem a transformação utilizada. Espera-se que os estudantes percebam que ocorreu a simetria por translação, pois a figura permanece com o mesmo tamanho, mesma forma, modificando apenas a sua posição. Depois,

solicite que os estudantes resolvam o item 2. Incentive-os a trocar os cadernos entre si para que um possa analisar a faixa decorativa produzida pelo colega de turma. Promova a socialização das construções e se possível faça um painel de exposição dos desenhos produzidos.

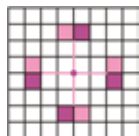
9º ANO

239

ATIVIDADE 2

- 1 Marina tentou utilizar outro tipo de transformação geométrica. Observe o desenho que ela fez para construir a faixa decorativa.

Imagem: Camila



- a) Marina utilizou a rotação. Verifique se o desenho que ela fez está correto. Justifique sua resposta e, se necessário, refaça o desenho.

Simetria por rotação.

- b) Ainda consultando seus materiais, Camila encontrou algumas imagens. Verifique o ângulo de rotação de cada imagem. Observe que a rotação foi realizada em torno do ponto em destaque.

**Atividade 2**

Para a realização da Atividade 2, comente que os estudantes deverão observar o outro tipo de transformação geométrica. Promova uma discussão para que eles possam indicar o tipo. Espera-se que os estudantes percebam que a transformação geométrica utilizada é por rotação, pois a figura gira em

torno de um ponto que pode estar na própria figura ou fora dela. Peça-lhes que observem atentamente as figuras dispostas no item b. Espera-se que os estudantes indiquem que cada ângulo que cada imagem girou em torno do ponto fixo é respectivamente: 60°; 90°; 180°.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

240

MATEMÁTICA

- c) Como você fez para descobrir o ângulo de rotação? Explique.

Resposta pessoal. Respostas possíveis: utilização de transferidor ou imaginar em quantas partes iguais o círculo, cujo centro coincide com o centro da rotação.

- d) Faça uma faixa decorativa utilizando essa transformação.

Construção do estudante

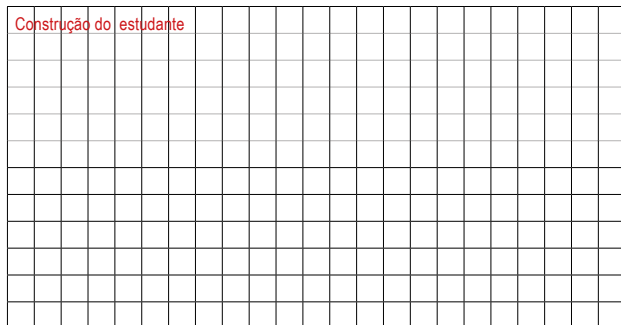


Imagem: Ueda Akira

ATIVIDADE 3

Camila e Marina já haviam utilizado a reflexão e a rotação para confeccionar suas faixas decorativas. Agora queriam utilizar a translação.

Observe a faixa que Camila criou.

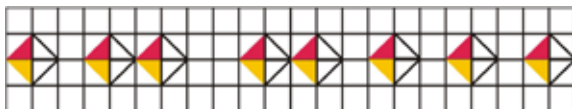


Imagem: Ueda Akira

Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

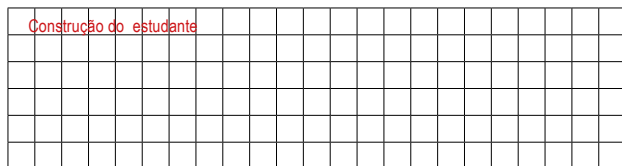
Antes mesmo que Camila terminasse, Marina observou que a faixa não estava sendo construída corretamente por meio da translação.

- 1 Quais são as características da translação? Faça um desenho e explique.

Transladar um objeto significa movê-lo sem girá-lo ou refletir. Cada translação tem um sentido e uma distância.

- 2 Utilize a malha quadriculada para construir a faixa como a de Camila, utilizando a translação.

Ilustração: Lúcia Arica



Eixo Estruturante

GEOMETRIA

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Se for preciso, auxilie os estudantes a redigir o texto contendo as propriedades básicas de uma translação, após eles consultarem os materiais didáticos (livros e Cadernos da RMESP)

ATIVIDADE 4

Com as diferentes malhas abaixo, utilize sua criatividade e, com diferentes cores, componha faixas decorativas, de modo a destacar os 3 tipos de transformação estudados.

Construção do estudante

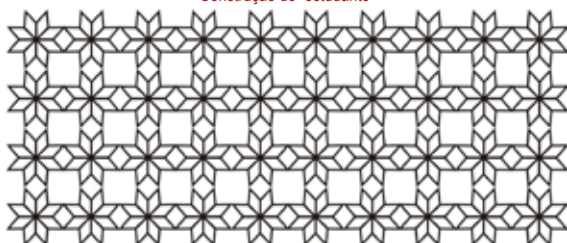


Ilustração: Leda Nêta

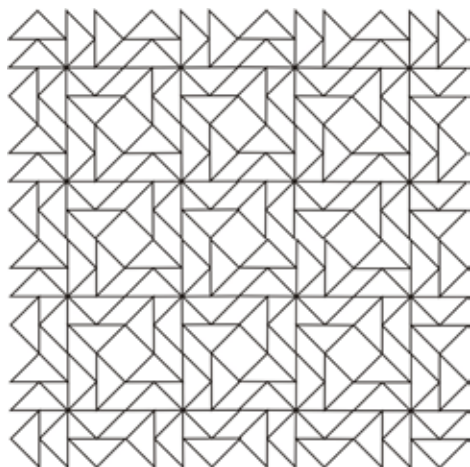


Ilustração: Leda Nêta

Atividade 4

Finalizando a sequência, diga-lhes que eles deverão construir faixas decorativas utilizando a criatividade e conceitos de transformações geométricas

trabalhados ao longo dessa sequência de atividades. Socialize todas as produções. Como atividade complementar, os estudantes podem tentar adivinhar pelo desenho, quais os tipos de transformações geométricas envolvidas.

Eixo Estruturante**GEOMETRIA**

- (EF09M18) Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

CÁLCULO MENTAL

Resolva os cálculos, mentalmente, indicados pelo(a) professor(a) e anote os resultados nos quadros a seguir.

CM 1 Estime o resultado de: a. $23 + 12$, o resultado está entre 30 e 40 b. $14 + 15$, o resultado está entre 25 e 30 c. $16 + 34$, o resultado está entre 45 e 50 d. $23 + 34$, o resultado está entre 50 e 60 e. $12 - 14$, o resultado está entre 0 e -2 f. $13 - 16$, o resultado está entre 0 e -3 g. $14 - 110$, o resultado está entre -90 e -100 h. $510 - 615$, o resultado está entre -100 e -110.	CM 2 Estime o resultado de: a. $0,25 - 0,134$, o resultado está entre 0,1 e 0,2 b. $0,41 - 0,24$, o resultado está entre 0,2 e 0,3 c. $1,621 - 1,252$, o resultado está entre 0,4 e 0,5 d. $2,43 + 1,73$, o resultado está entre 3,5 e 4,2 e. $5,61 + 3,47$, o resultado está entre 9,0 e 9,2 f. $8,19 + 4,92$, o resultado está entre 13,1 e 13,5. g. $12,841 + 7,868$, o resultado está entre 20,5 e 21 h. $137,84 - 40,12$, o resultado está entre 95,5 e 98.
CM 3 Calcule mentalmente o resultado das seguintes operações: a. $-23 + 13 = -10$ b. $-14 + 15 = 1$ c. $16 - 13 = 3$ d. $-23 - 33 = -56$ e. $-2 \cdot 14 = -28$ f. $-13 \cdot 10 = -130$ g. $-14 : 0,5 = -28$ h. $510 : 615 = 0,82$	CM 4 Calcule mentalmente o resultado de: a. $-0,25 - 0,13 = 0,58$ b. $-0,141 + 0,124 = -0,017$ c. $1,2 : 1,2 = 1,44$ d. $-1,5 \cdot 1,5 = -2,25$ e. $6,2 : (-3,1) = -2,$ f. $12,3 : (-4,1) = -3$ g. $(-12,8) + (-7,2) = -20$ h. $(-137,8) + 40,2 = 97,6$

HORA DA RETOMADA

- 1 Classifique em Verdadeira (V) ou Falsa (F) cada afirmação e justifique as falsas.
- (V) A área de um círculo é diretamente proporcional à medida do seu raio.
 - (F) O perímetro de um pentágono regular de lado L pode ser expresso por $6L$.
 - (F) O perímetro do quadrado é inversamente proporcional à medida do seu lado.
 - (F) Ao triplicar a medida do lado do quadrado, a medida da sua área também triplicará.

- 2 Observe as figuras:



Figura 1



Figura 2



Figura 3

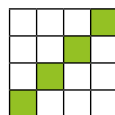


Figura 4

Ilustração: Lídia Nogueira

- a) Determine a expressão que representa a quantidade de quadrados brancos para uma figura na posição n qualquer.

$$n^2 - n$$

- b) Em que posição está a figura que possui 210 quadradinhos brancos? Desenhe a figura.

A figura de posição 15.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M08). Representar a variação de duas grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação.
- (EF09M13). Analisar e representar padrões e funções utilizando expressões algébricas, palavras, tabela e gráficos.

Enquanto os estudantes realizam a avaliação, circule pela sala para acompanhar e orientar quando necessário, lembrando que este não será o momento para intervenções, pois a intenção está na verificação da aprendizagem.

Registe as dificuldades observadas, para planejar possíveis intervenções nas próximas aulas.

9º ANO

245

3 Com os algarismos 2, 3 e 4, é possível formar um número com 3 dígitos sem repetir os algarismos.

a) Quantos e quais números são formados?

6 números; 234, 243, 342, 324, 432, 423

b) Qual é a probabilidade de sortear, dentre esses números, um número ímpar?

4/6 ou 1/3 ou 33,33%

4 Observe a imagem.

Imagem: Leda Rosa



Essa imagem sofreu uma transformação geométrica denominada:

- a) Rotação com giro de 60° .
- b) Reflexão por uma reta.
- ☒ c) Rotação com giro de 90° .
- d) Translação.

Eixo Estruturante

ÁLGEBRA

- (EF09M20). Solução de problemas que incluam noções de espaço amostral e de probabilidade.
- (EF09M18). Explorar ornamentos no plano, identificando reflexões em reta (simetria axial), rotações e translações.

Anotações: _____

[illegible]



PREFEITURA DE
SÃO PAULO
EDUCAÇÃO